



## Taustaa

### Yleistä didaktista taustaa

Tämän jakson perustana on poikkitieteellinen lähestymistapa tieteeseen, erityisesti fysiikkaan. Opiskelijat kokevat matematiikan järkevänä, merkittävänä ja kiinnostavana ulko-matemaattisten viittausten kautta; kontekstioppiminen johtaa intuitiiviseen matemaattiseen ymmärtämiseen.

Tieteellisten asiayhteyksien ja – tapojen avulla usein nähty aukko muodollisen matematiikan ja aidon kokemuksen välillä sulkeutuu, ja toisaalta päästään kokemaan matemaattisten termien tai kaavojen moninaisuus.

Tieteelliset sisällöt avaavat mahdollisuuden realistiselle opetukselle. Konkreettiset fyysiset tai biologiset ilmiöt voivat stimuloida mallinnusprosesseja, ja johtaa autenttisiin kokemuksiin.

Matemaattiset aiheet ja metodit opitaan tarkoituksenmukaisissa asiayhteyksissä; todellisuutta voidaan laajentaa lisäämällä siihen matemaattinen näkökulma. Todelliset kontekstit johtavat eri mallien muodostumiseen, ja ne voivat osoittaa useita eri merkityksiä eri konsepteille ja malleille. Tieteellisten ilmiöiden moninaisuus mahdollistaa avoimien tehtävien käytön ja matematiikkaa voidaan lähestyä käytännöllisellä tavalla. Matemaattiset käsitteet, kuten muuttujakäsité, voidaan kokea mallinnuksen välineenä. Useissa autenttisissa konteksteissa voidaan tutkia moniselitteisiä merkityksiä.

### Eryistä didaktista taustaa

Malle (1986) erottelee kolme muuttujakäsitteen aspektia. Muuttuja objektina on tuntematon asia tai esine. Muuttujat, jotka viittaavat paikkamerkki - aspektiin (*placeholder*) pidetään pitämässä paikkaa, jonka voit korvata jollakin numerolla. Muuttujat, jotka edustavat merkityksetöntä symbolia, ja joita voit soveltaa tiettyihin sääntöihin, kuuluvat laskennalliseen aspektiin (*calculative*). Hän erottelee edelleen staattiset ja dynaamiset komponentit. Wiegand ja Jordan (2005) liittävät jokaisen aspektin eri tapoihin tehdä töitä. Laskennallinen aspekti viittaa teknisiin tehtäviin, kuten sääntöjen noudattamiseen. Paikkamerkki - aspekti viittaa aritmeettisiin tehtäviin ja muuttuja objektina konseptualistisiin tehtäviin. Tehtävät, jotka viittaavat laskennalliseen aspektiin, tuottavat vähiten kognitiivista haastetta kun taas tehtävät, jotka viittaavat muuttujaan objektina tuottavat eniten kognitiivista haastetta. Malle vaatii ottamaan huomioon kaikki muuttujakäsitteiden aspektit, mutta eniten huomiota pitää kiinnittää muuttujaan objektina, erityisesti alussa.

Trigueros et. al. (1996) suunnittelivat 3x3 matriisin, joka sisältää erilaisia muuttujakäsitteen tulkintoja. Ne erottelevat yleistetyn numeron, joka ilmaisee numeron jatkumattomana numerosarjana ja tiettyinä pysyvänä, ilmaisten pysyvää numeroarvoa, joka saattaa muuttua eri tilanteissa tai asiayhteyksissä. Tiettyä vakiota voidaan pitää myös diskreettien numeroiden edustajana. Lisäksi ne sisältävät muuttujien toimimattomia suhteita. Kaikki tulkinnat voidaan nähdä eri tasoilla: käsitteellistäminen ja symbolointi, tulkinta ja manipulaatio.

## MUUTTUJAKÄSITTEEN MERKITYKSET

	Käsitteenä ja symbolina	Tulkinta	Manipulaatiot
Yleistetty numero	Yleisen objektin käsitteellistäminen silloin, kun esitetään yleisiä menetelmiä tai sääntöjä, jotka on johdettu numeerisista ja/tai geometrisista malleista ja vastaavan tyyppisistä tehtävistä; ja sen esittäminen symbolimuodossa	Symbolin tulkinta yleisenä objektina algebrallisessa lausekkeessa tai yleisissä menetelmissä	Tekijöihin jakaminen, sieventäminen, laventaminen, uudelleen järjestäminen
Tietty tuntematon	Tuntemattoman suureen käsitteellistäminen tietyssä tilanteessa ja/tai yhtälössä ja sen esittäminen symbolimuodossa	Symbolin tulkinta tietynä tuntemattomana yhtälöissä, joissa se esiintyy useammin kuin yhden kerran	Tekijöihin jakaminen, sieventäminen, laventaminen, transponointi, yhtälön tasapainottaminen
Muuttuja funktionaalisessa suhteessa	Funktionaalisen suhteen esittäminen symbolimuodossa alkaen taulukosta, graafista tai luonnollisella kielellä esitetystä ongelmasta	Vastaavuuden tulkinta ja yhteisvaihtelu analyttisissä lausekkeissa, taulukoissa tai graafeissa	Tekijöihin jakaminen, sieventäminen, laventaminen, uudelleen järjestäminen uusien arvojen sijoittaminen vaihteluvälien määrittämiseksi, maksimi- ja minimiarvot, ja suhteen yleinen käyttäytyminen

## **Opetuksen taustaidea**

Tekemällä fysikaalisia kokeita opiskelijat työskentelevät konkreettisten määreiden kanssa. Nämä määreet tunnustetaan muuttujien avulla. Näin ollen muuttujat saavat merkityksen. Opiskelijoille on helpompaa saada selkoa abstraktista muuttujasta. Tämä mukailee Mallen ajatuksia, joka halusi, että muuttujakäsité esitellään käyttämällä muuttujia objekteina. Kokeita tehdessään opiskelijat kokevat, että muuttujat eivät edusta tiettyä lukuarvoa, vaan ne edustavat kokonaista joukkoa eri lukuarvoja. Sen lisäksi he löytävät funktionaalisen suhteen kahden mitattavan suureen välillä autenttisuudessa. Funktionaalinen suhde sekä staattiset että dynaamiset aspektit tulevat myös käsitellyksi. Erityisesti käsitellään muuttujien yhteismuuttuja-aspektia, eli muutokset yhdessä muuttujassa saavat aikaan muutoksen myös toisessa muuttujassa. Opiskelijat löytävät muuttujan eri tulkinnat epäsuorasti ennen niiden esittelyä teoreettisesti luokassa. Näin ollen heillä on jo mielikuva tästä abstraktista käsitteestä.

Pääpaino tässä opetusjaksossa on muuttujakäsité. Mutta samalla kun jakso edistyy, kaikki mallinnuksen vaiheet käydään läpi. Tieteellistä ongelmaa tutkitaan ja kuvaillaan matemaattisin termein ja reflektoidaan. Tehtäväpaperi aloittaa ongelmalla jokapäiväisestä elämästä, mikä linkittyy opiskelijoiden kokemuksiin. Arvojen mittaamisen jälkeen he löytävät suhteen kahden mitattavan suureen (kappaleeseen vaikuttavat voimat ilmassa ja vedessä) välillä. Kun he löytävät kaavan, he löytävät eri näkökulmia muuttujakäsitéelle.

## **Opetuksen toteutus**

Tekemällä fysikaalisia kokeita opiskelijat työskentelevät konkreettisten välineiden ja ilmiöiden kanssa. Näiden käsittelyssä ja tunnustamisessa käytetään muuttujia. Näin ollen muuttujat saavat merkityksen. Näin opiskelija ymmärtää paremmin, mitä muuttujalla tarkoitetaan. Tämä mukailee Mallen ajatuksia, joka halusi, että muuttujakäsité esitellään käyttämällä muuttujia objekteina. Kokeita tehdessään opiskelijat kokevat, että muuttujat eivät edusta tiettyä lukuarvoa, vaan ne edustavat kokonaista joukkoa eri lukuarvoja. Sen lisäksi he löytävät funktionaalisen suhteen kahden mitattavan suureen välillä autenttisuudessa. Funktionaalinen suhde sekä staattiset että dynaamiset tekijät tulevat myös käsitellyksi. Erityisesti käsitellään muuttujien yhteismuuttuja - ominaisuutta, eli muutokset yhdessä muuttujassa saavat aikaan muutoksen myös toisessa muuttujassa. Opiskelijat havaitsevat muuttujan eri tulkinnat epäsuorasti jo ennen niiden muodollista esittelyä luokassa. Näin ollen heillä on jo mielikuva tästä abstraktista käsitteestä.

Pääpaino tässä opetusjaksossa on muuttujan käsitteellä, mutta samalla kun jakso edistyy, kaikki mallinnuksen vaiheet käydään läpi. Tieteellisiä ongelmia tutkitaan ja kuvaillaan matemaattisin termein ja pohtien.

Tehtävämoniste alkaa jokapäiväisestä elämästä tutulla ongelmalla, joka linkittyy siten opiskelijoiden omiin kokemuksiin. Arvojen mittaamisen jälkeen he löytävät yhteyden kahden mitattavan suureen (tulokulma ja taitekulma) välillä. Kun he löytävät kaavan, he löytävät eri näkökulmia muuttujakäsitéelle.

Kokeiden tekemisen jälkeen kunkin työryhmien aikaansaamia kaavoja verrataan toisiinsa. Näin oppilaat havaitsevat, miten samaa objektia voidaan kuvata monenlaisilla muuttujilla, mutta siten, että ne silti kuvaavat samaa tilannetta. Lisäksi kannattaa keskustella yhtälöiden samanlaisuudesta ja se voi silloin toimia myös johdatteluna tähän aiheeseen, Mikäli välineitä ei ole tarpeeksi koko luokalle, tämän moduulin voi yhdistää Boylen lain testaamiseen.