

## Fond

### Fond didactique général

La pierre angulaire est une approche pluridisciplinaire avec les sciences naturelles, ici avec la Biologie. En fonction des contextes autres que mathématique, les élèves acquerront un savoir approprié, significatif et intéressant; l'apprentissage dans ces contextes devra contribuer à une compréhension mathématique intuitive. Avec l'aide de ces rapports et des méthodes des sciences naturelles, le fossé souvent constaté entre les mathématiques formelles et l'expérience authentique sera comblé. D'autre part, la diversité des mathématiques sera révélée.

Les contenus des sciences naturelles offrent la chance d'un enseignement proche de la réalité. Les liens physiques et biologiques concrets peuvent encourager les activités de modélisation mathématique et mener à une expérience authentique.

L'enseignement des contenus et des méthodes mathématiques vont être liés à des contextes d'une manière adéquat ; la réalité des élèves correspond alors avec une compréhension mathématique. Les rapports différents à la réalité mènent à des modèles différents et peuvent également contribuer à contraster les caractères conceptuels et les modèles différents. La diversité des phénomènes des sciences naturelles aide à poser des questions ouvertes et mène aussi à une élaboration autonome en mathématique. Les rapports divers à la réalité mènent à des significations variés.

### Le fond biologique et mathématique

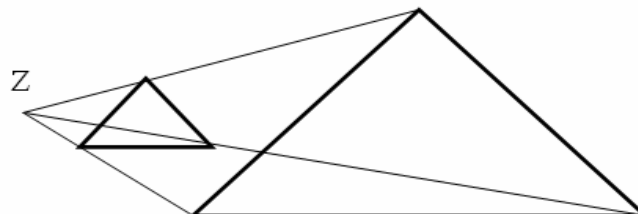
La masse ou le volume et la surface sont des données caractéristiques qui approuvent les conclusions sur la vie et la conduite des animaux. Le rapport du volume (masse) à la surface est particulièrement décisif. Cela va être examiné en détail dans ce qui suit.

Pour comprendre les réflexions biologiques, on doit avant tout éclaircir les bases mathématiques.

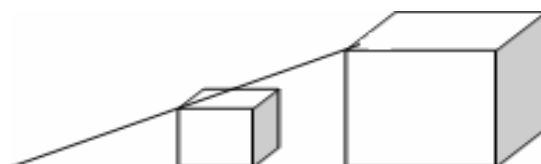
#### 1. La notion de la ressemblance :

Deux corps sont semblables, s'ils peuvent être transférés par l'extension centrale l'un dans l'autre.

Exemple : triangles semblables



Exemple : cubes semblables :



Dans les figures semblables, les tailles d'angle sont égales.

Avec un facteur à extension  $k$ , il convient

- Pour les rapports de longueur  $l_2 = k \cdot l_1$  bzw.  $\frac{l_2}{l_1} = k$
- pour les rapports de surface : ou  $O_2 = k^2 \cdot O_1$  bzw.  $\frac{O_2}{O_1} = k^2$
- pour les rapports de volume : ou  $V_2 = k^3 \cdot V_1$  bzw.  $\frac{V_2}{V_1} = k^3$ .

2. Il est important de savoir que des corps avec le même volume peuvent avoir des surfaces totalement différentes. Cela peut être élaboré avec des connaissances mathématiques.

Nous considérons en plus un cube avec longueurs des arêtes de 1 m, donc avec un volume de 1 m<sup>3</sup> et une surface de 6 m<sup>2</sup>. Ce cube a des proportions des longueurs des côtés 1:1:1.

Si cette proportion est changée à 1:1:2, le cube à un parallélépipède rectangle devient mince, s'il doit avoir le même volume de 1 m<sup>3</sup>.

sa longueurs des côtés  $a$  ou  $2a$  se calculent de  $a^2 \cdot 2a = 1 \rightarrow a = \sqrt[3]{0,5} = 0,79$

La surface mesure environ 6,3 m<sup>2</sup>

Le tableau suivant montre comment un autre rapport de longueur mène à un contenu de surface de plus en plus grand à l'égard du même volume. Dans le cas de la même densité, le volume est proportionnel à la masse si bien que les réflexions sont valables aussi pour la masse que pour le volume.

Proportion	Volumen in m <sup>3</sup>	Oberfläche in m <sup>2</sup>	Verhältnis von Oberfläche zu Volumen
1:1:1	1 <sup>2</sup> · 1	6	6/m
1:1:2	0,79 <sup>2</sup> · 1,59	6,3	6,3/m
1:1:4	0,63 <sup>2</sup> · 2,52	7,1	7,1/m
1:1:8	0,5 <sup>2</sup> · 4	8,5	8,5/m
1:1:16	0,4 <sup>2</sup> · 6,35	10,4	10,4/m
1:1:32	0,31 <sup>2</sup> · 10,08	12,9	12,9/m

Le changement accompagné de la forme du corps indique les parallélépipèdes rectangles suivants.



Les conséquences biologiques de la signification du rapport de la surface au volume se montrent aux formes physiques spécifiques et aux comportements des animaux.

**a) Il y a des insectes avec un degré de minceur divers, mais avec la même masse.**

Avoir un volume convenable est un facteur déterminant pour la vie de beaucoup d'insectes. En effet, leurs formes physiques se distinguent selon leurs modes de vie. Par exemple, pour pouvoir voler vite une libellule est très mince, par contre un coléoptère est gros et blindé puisqu'il se déplace beaucoup au sol.

**b) Les insectes sont petits.**

L'approvisionnement d'oxygène s'effectue chez les insectes à travers la trachée-artère. Ce sont des systèmes de tube dans la carapace chitineuse. L'échange s'effectue sur la surface de leurs corps. Le besoin d'oxygène dépend du poids de l'insecte. À partir d'environ 15 cm, Le rapport des volumes à la surface devient si défavorable que l'approvisionnement d'oxygène ne suffit plus. Le plus lourd insecte est le coléoptère de Goliath qui a une taille maximale de 12 cm de longueur.

**c) Les animaux dont l'approvisionnement d'oxygène s'effectue par le sang, peuvent devenir très grands.**

La quantité de sang augmente ici avec le volume de l'animal. Plus le sang coule, plus l'oxygène peut être transporté. Il n'arrive aucune disproportion comme chez les insectes.

d) homéotherme doivent avoir une grandeur minimale.

Les petits animaux ont une petite masse physique et justement une petite quantité de sang qui approvisionne le corps en chaleur. La musaraigne est le plus petit mammifère, auquel le rapport entre le volume et la surface suffit ; le plus petit oiseau est une sorte de colibri (2,5 kg).

**e) Les petits homéothermes doivent s'alimenter constamment de nourriture riche en énergie.**

Si le rapport est si défavorable entre la masse et la surface comme chez le colibri ou la musaraigne, le maintien à la survie doit être subordonné à l'obtention de l'énergie. En effet, ces petits animaux mangent constamment du nectar riche en énergie. À observer d'autre part que les animaux avec des conditions plus favorables comme chez les lions ou bien aussi chez les humains peuvent se passer de la nourriture pendant des heures.

**f) Les petits et les grands animaux se distinguent par leurs force physique relative.**

Petits et grands animaux paraissent absolument semblables. Pourtant, ils se distinguent - relativement vu - avec les qualités différentes, un peu près avec la capacité de porter de grandes masses par rapport à leurs poids.

**Exemple :**

Une musaraigne de nain est d'environ 4,3 cm de longueur, un éléphant est d'environ 3,5 m de longueur.

Ainsi, il résulte un facteur à extension de 814.

À l'aide d'une comparaison de masses chez l'éléphant (4000 kg) et chez la musaraigne (environ 2,5 kg) se manifeste qu'ils n'ont pas les mêmes proportions. Cela se montre particulièrement par l'augmentation de coupe transversale non proportionnelle des

muscles, environ des jambes pour pouvoir porter son propre poids. Ainsi un éléphant peut porter absolument plus qu'une musaraigne, mais relativement vu il porte beaucoup moins.

### f) Allométrie dans le règne animal

Dans le règne animal, il n'existe évidemment aucune ressemblance exacte.

Au lieu de cela, les biologistes parlent d'allométrie qui décrit les proportions diverses (par exemple, des organes et des membres) auprès des espèces animales agissant semblablement.

À travers la comparaison des masses ou en mesurant des animaux vivants ou des animaux prise en photos, les allométries des animaux extérieurement semblables comme le chat de maison et le tigre ou la jeune bête et ces parents peuvent être constatés par le calcul des proportions.

$$\frac{m_{\text{tigre}}}{m_{\text{chat domestique}}} = \frac{100\text{kg}}{5\text{kg}} = 20 \text{ Le facteur à extension est ainsi: } k = \sqrt[3]{20} = 2,7$$

Les hauteurs des épaules se comportent comme 1:2,7 ; alors que les surfaces se comportent comme 1 : 7,3.



Sources d'image : [www.pixelio.de](http://www.pixelio.de), ID 39073, 194658)

Les allométrie ont souvent des raisons biologiques comme par exemple la signification diverse des organes intérieurs ou le "schéma enfant", selon lequel les juvéniles ont une tête plus grande qui semble adorable et qui incite une attitude de protection chez les parents.