



Unterrichtsmaterialien

Die Arbeitsblätter können nacheinander eingesetzt und selbstständig durch die Schülerinnen und Schüler erarbeitet werden. Sie sind als Vertiefung des Themas „zentrische Streckung/ Ähnlichkeit bzw. Proportionen“ gedacht, sind in leistungsstarken Gruppen aber auch zur selbstständigen Erarbeitung einsetzbar. Die Arbeitsblättereintragungen der Schülerinnen und Schüler sollten nach jeder Bearbeitung kontrolliert werden, da jedes Arbeitsblatt Grundlage für das nächste ist.

Hinweis: Die Arbeitsblätter sind in zwei Arbeitsblattsammlungen unterteilt, die im Unterricht nacheinander, aber auch jeweils einzeln und unabhängig voneinander eingesetzt werden können.

Die Arbeitsblätter der ersten Arbeitsblattsammlung (1-5) behandeln die Themen

- Zentrische Streckung und Ähnlichkeit in der Geometrie,
- Zusammenhang zwischen Masse und Volumen (bei gleicher Dichte),
- Ähnlichkeitsvergleiche zwischen „ähnlichen“ Tieren wie Haus- und Wildkatze, Jung- und Alttier,
- Allometrien und ihre Begründungen aus biologischer Perspektive.

Die Arbeitsblätter der zweiten Arbeitsblattsammlung (6-9) behandeln die Themen

- Zusammenhänge zwischen Volumen und Oberfläche,
- Größenvergleiche bei Tieren und ihre biologisch-mathematische Erklärung: Sauerstoff-, Energieversorgung und der Zusammenhang zu den Proportionen und Verhalten.

Hinweis: Für die selbstständige Arbeit ist zu empfehlen, dass die Schülerinnen und Schüler Zugang zu weiterem Informationsmaterial, etwa über Tiergrößen und Ernährungsverhalten haben, zum Beispiel im Schulbuch, Internet oder weiteren bereit liegenden Texten. Bei einzelnen Aufgabenteilen kann der Computer die Arbeit wertvoll unterstützen.

Arbeitsblätter

Arbeitsblattsammlung I:

Arbeitsblatt 1: Zentrische Streckung

Arbeitsblatt 2: Zusammenhang zwischen Masse und Volumen

Arbeitsblatt 3: Ähnlichkeit

Arbeitsblatt 4: Gibt es Ähnlichkeit bei Tieren?

Arbeitsblatt 5: Allometrien

Arbeitsblattsammlung II:

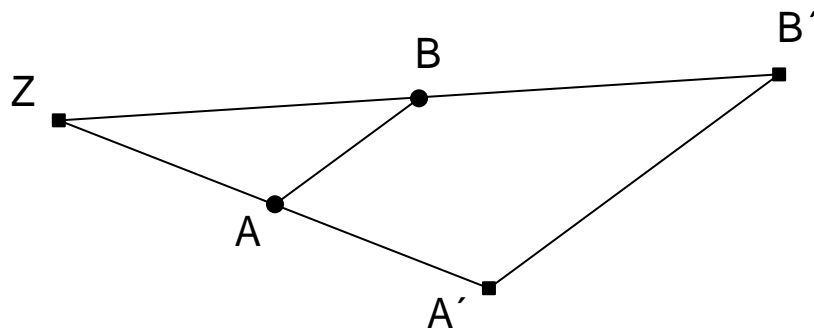
Arbeitsblatt 6: Gibt es Körper mit gleichem Volumen, aber anderen Oberflächeninhalt?

Arbeitsblatt 7: Fortbewegungsverhalten und Körperformen bei Insekten

Arbeitsblatt 8: Sauerstoffversorgung bei Insekten und Warmblütern und Körpergröße

Arbeitsblatt 9: Wärmeaustausch bei Warmblütern und Körpergröße

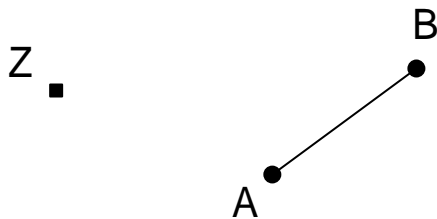
Arbeitsblatt 1: Zentrische Streckung



Die Strecke AB wurde mit dem Streckfaktor $k = 2$ am Streckzentrum Z gestreckt.

Aufgabe:

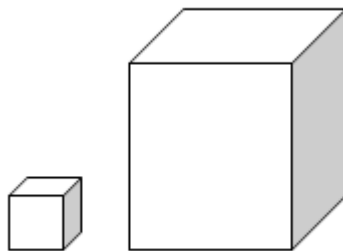
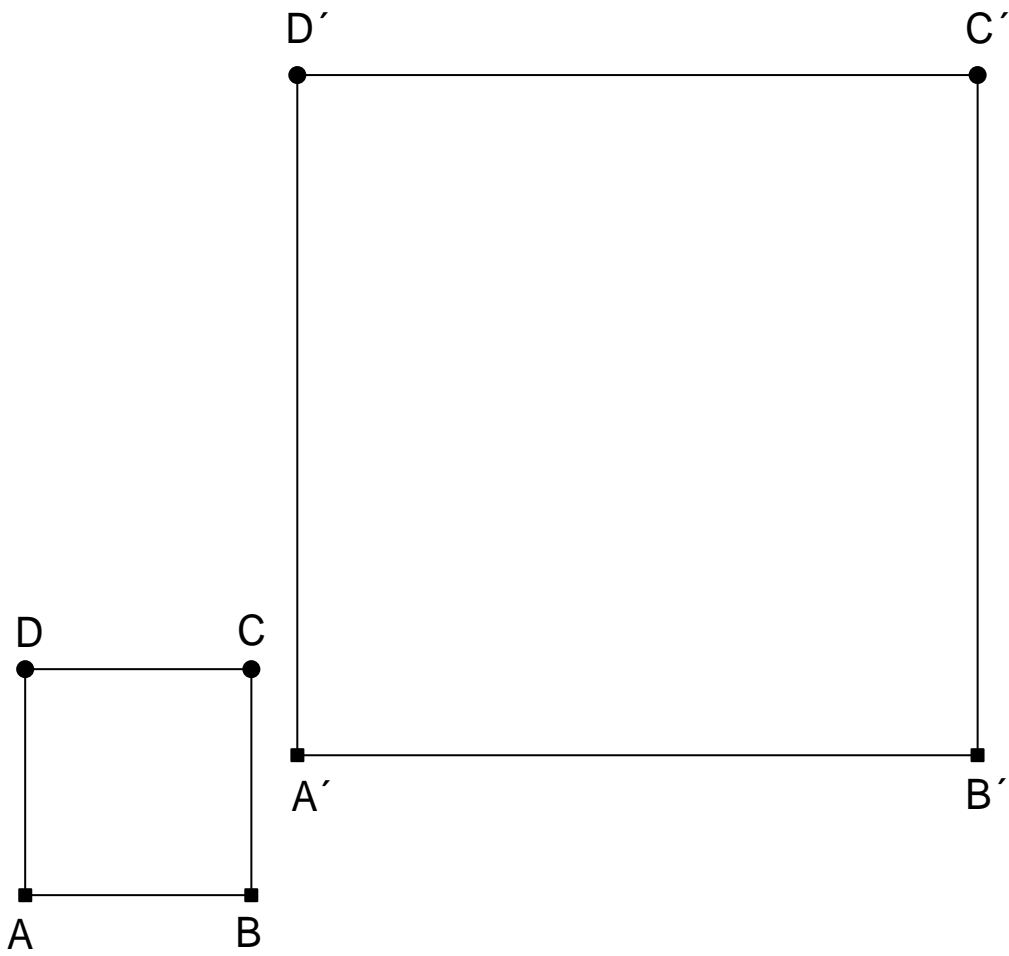
Strecke die Strecke AB mit dem Streckfaktor $k = 3$ am Streckzentrum Z .



Die Abbildungen auf der folgenden Seite stellen Figuren dar, die durch zentrische Streckungen entstanden sind.

Aufgaben:

- Bestimme jeweils das Streckzentrum und den Streckfaktor (aus der Zeichnung).
- In welchem Verhältnis stehen
 - die Streckenlängen
 - die Flächeninhalte
 - die Volumen von Ausgangsfigur und gestreckter Figur?
- Drücke das Ergebnis aus b) jeweils durch den Streckfaktor k aus.

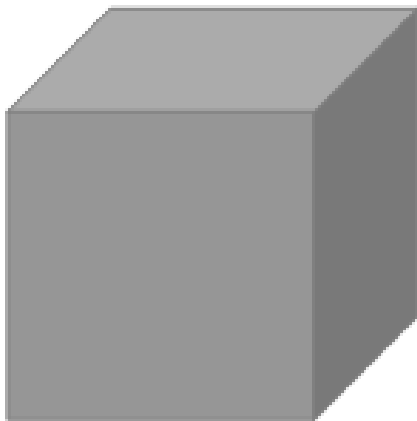


Arbeitsblatt 2: Zusammenhang zwischen Masse und Volumen

- a) Die Abbildung stellt einen Eisenwürfel der Seitenlängen 10 cm dar. Berechne die Masse dieses Eisenwürfels.
(Hinweis: Überlege, welche Angaben du dafür benötigst).



- b) Diese Abbildung stellt einen Eisenwürfel der Seitenlängen 30 cm dar.



1. In welchem Verhältnis stehen die Volumina der Würfel aus a) und b)?

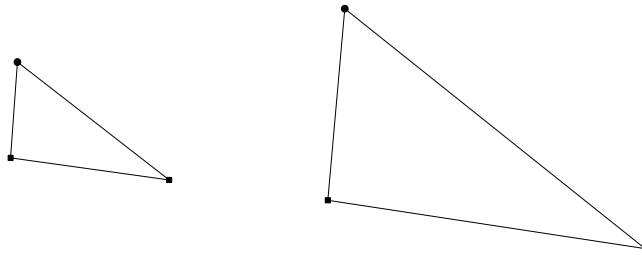
2. In welchem Verhältnis stehen die Massen der Würfel aus a) und b)?

- c) Welchen allgemeinen Zusammenhang gibt es zwischen den Massen- und Volumenverhältnissen bei Figuren, die durch eine zentrische Streckung mit dem Streckfaktor k beschrieben werden können. Drücke die Verhältnisse mit Hilfe von k aus.

Arbeitsblatt 3: Ähnlichkeit

Figuren,
die sich durch zentrische Streckung ineinander abbilden lassen,
heißen **ähnlich**.

1. Zeige, dass die beiden Dreiecke ähnlich sind.



2. Welche Eigenschaften haben ähnliche Figuren?
Tipp: Vergleiche Seitenlängen, Winkelmaße, Flächeninhalt usw. Mache Aussagen über Gleichheiten oder Verhältnisse.
Überprüfe deine Vermutungen an möglichst vielen ähnlichen Figuren (zum Beispiel am Computer; mit dynamischen Geometriesystemen kannst du viele ähnliche Figuren durch Ziehen an einer Ausgangsfigur schnell erzeugen.)
3. Begründe deine Aussagen aus Aufgabenteil 2 (zum Beispiel mit Hilfe der Entstehung der ähnlichen Figur und dem Streckfaktor k). (Benutze notfalls die Rückseite).

Zusammenfassung: Ähnlichkeit

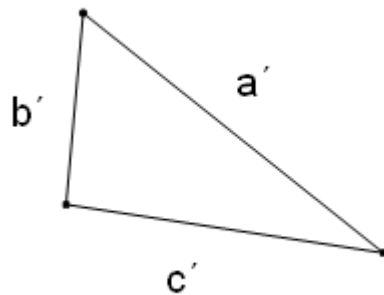
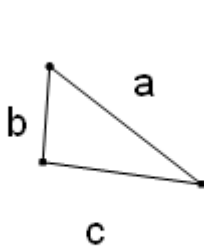
(Seiten-)Längen ähnlicher Figuren

Gegeben ist eine Figur. Die Länge einer ihrer Seiten ist a .
Die Figur wird zentrisch gestreckt mit dem Streckfaktor k .

Es entsteht eine ähnliche Figur.
Diese ähnliche Figur unterscheidet sich durch die Längen ihrer Seiten von der Ursprungsfigur.
Wie lang ist die der Seite mit der Länge a entsprechende Seite? _____
(Drücke das Ergebnis mit k aus)

Daraus folgt:
Ähnliche Figuren stimmen in den Verhältnissen ihrer Seitenlängen überein.

Beispiel:



$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = k$$

(k = Streckfaktor)

Oder:

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \text{ usw.}$$

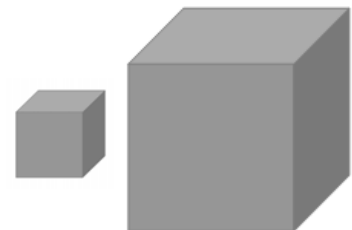
Flächeninhalt bzw. Oberflächeninhalt ähnlicher Figuren:

Gegeben ist eine Figur mit dem Flächeninhalt A .
Die Figur wird zentrisch gestreckt mit dem Streckfaktor k .

Es entsteht eine ähnliche Figur.
Diese ähnliche Figur hat den Flächeninhalt _____.
(Drücke das Ergebnis mit k aus)

Volumen ähnlicher Figuren:

Gegeben ist eine Figur mit dem Volumen V und der Masse m .
Die Figur wird zentrisch gestreckt mit dem Streckfaktor k .



Es entsteht eine ähnliche Figur.
Diese ähnliche Figur hat das Volumen _____ und die Masse _____.
(Drücke das Ergebnis mit k aus)

Arbeitsblatt 4: Gibt es Ähnlichkeit bei Tieren?

Bearbeite die folgenden Aufgaben jeweils für jedes Tierpaar:

- a) Überprüfe durch Ausmessen von ausgewählten Längen, zum Beispiel Schulterhöhe, Rückenlänge oder Kopfdurchmesser, ob die Tiere im mathematischen Sinn ähnlich sind.
- b) Überprüfe die Ähnlichkeit auf einem zweiten Weg:
 - Miss die Schulterhöhe (bzw. bei den Vögeln die Körperlänge bis zum Schwanz) bei beiden Tieren und bestimme den zugehörigen Streckfaktor.
 - Informiere dich über das Gewicht (Masse) des kleinen Tiers und errechne daraus und mit dem ermittelten Streckfaktor die Masse des großen Tiers.
 - Informiere dich über das Gewicht (Masse) des großen Tiers. Was sagst du nun zu der Ähnlichkeit der beiden Tiere?

Hauskatze und Wildkatze



Bildquellen: www.pixelio.de, ID 39073, 194658)

a)

b)

Spitzmaulnashorn und Breitmaulnashorn

Maßstab beider Tiere: ca. 1: 50



Breitmaulnashorn (Bildquelle: www.pixelio.de, ID194494)



Spitzmaulnashorn (Bildquelle: www.pixelio.de, ID329148)

Wellensittich und Papagei

Maßstab beider Tiere: ca. 1:4



Wellensittich und Papagei (Bildquellen: www.pixelio.de, ID300459 und ID 254206)

Arbeitsblatt 5: Allometrien

Bei Tieren gibt es offensichtlich keine exakten Ähnlichkeiten. Stattdessen sprechen die Biologinnen und Biologen von **Allometrien**, was unterschiedliche Proportionen (zum Beispiel einzelner Organe oder Gliedmaßen) bei ähnlich wirkenden Tieren beschreibt.

Allometrien lassen sich biologisch begründen.

Jungtier und Alttier



www.pixelio.de, ID 235810

Aufgabe:

Bei Jungtier und Alttier beobachten wir Allometrien. Die Tiere wirken ähnlich, unterscheiden sich aber in entscheidenden Körperteilen.

- Begründe aus mathematischer Sicht, inwieweit die Tiere nicht ähnlich sind. Bestätige also die Allometrie für den jungen und den alten Elefanten.
Hinweis: Miss verschiedene Körperteile aus.
- Bestimme den Streckfaktor k für die Schulterhöhen und den Streckfaktor m für die Kopflängen. Vergleiche. Vergleiche auch bei Jung- und Alttier jeweils das Verhältnis von Kopf- zu Körperlänge.
- Begründe an diesem Beispiel aus biologischer Sicht, welchen Vorteil die „Nichtähnlichkeit“ hat. (Benutze dazu die Rückseite).

Fortsetzung: Arbeitsblatt 5

Großes Tier und kleines Tier



www.pixelio.de, ID276762 und 271579

Aufgabe:

Elefant und Ameise sind bekannt als Tiere, die im Verhältnis zu ihrer Größe schwere Lasten tragen können.

- a) Ein afrikanischer Elefantenbulle wiegt im Durchschnitt etwa 6500 kg und kann auf den Rücken und Rüsseln unter Einsatz der Stoßzähne Lasten bis zu 1000 kg tragen (Auf dem Rüssel allein kann er über längere Strecken 200 kg tragne). Eine Ameise wiegt etwa 8 mg und kann zum Teil Lasten bis über 80 mg tragen. Wer kann relativ zu seinem Körpergewicht mehr tragen?
- b) Vergleiche Ameise und Elefant mit einem Menschen (Verwende die Ergebnisse aus a)). Welche Masse könnte ein 70 kg schwerer Mensch jeweils mit relativ gleicher Kraft tragen?
- c) Bestätige durch Ausmessen von Körperlänge und Beindicke aus mathematischer Sicht, dass Elefant und Ameise nicht ähnlich sind. Gib das jeweilige Verhältnis an und bestätige damit die Allometrie.
- d) Begründe an diesem Beispiel aus biologischer Sicht, welchen Vorteil bzw. welche Bedeutung die „Nichtähnlichkeit“ hat.

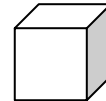
Arbeitsblatt 6: Gibt es Körper mit gleichem Volumen, aber anderem Oberflächeninhalt?

Aufgabe 1:

Was meinst du zu der Frage in der Überschrift dieses Arbeitsblatts?
Diskutiert dies in der Gruppe, bevor ihr die weiteren Aufgaben löst.

Aufgabe 2.

Stelle dir einen Würfel der Kantenlängen 1m vor.
Dieser Würfel hat die Proportionen der Seitenlängen 1:1:1
(Länge : Breite : Höhe), sein Volumen ist 1 m^3 .



Änderst du die Proportionen der Seitenlängen zu 1:1:2, ändert sich sicher das Aussehen des Würfels. Wenn das Volumen gleich bleiben soll, führt dies zu einer „Verschlankung“: der Würfel wird zu einem „schlanken“ Quader.

Mach dir dies klar. Sprecht z.B. auch in der Gruppe darüber, bevor ihr die weiteren Aufgaben löst.

- a) Welche Seitenlängen hat der Quader mit dem Volumen 1 m^3 und den Seitenlängenverhältnissen 1:1:2.

- b) Skizziere den Quader maßstabsgetreu.

- c) Fülle die Tabelle

Proportion	Volumen in m^3	Oberfläche in m^2	Verhältnis von Oberfläche zu Volumen
1:1:1	$1^2 \cdot 1$	6	6/m
1:1:2	$0,79^2 \cdot 1,59$	6,3	6,3/m
1:1:4			7,1/m
1:1:8			
1:1:16		10,4	
1:1:32			12,9/m

- d) Zeichne einige oder alle Quader aus der Tabelle maßstabsgetreu. Wenn dir ein Mathematikprogramm zur Verfügung steht, geht dies schnell.

Arbeitsblatt 7: Fortbewegungsverhalten und Körperform bei Insekten

Für viele Insekten ist zum Leben offensichtlich ein bestimmtes Volumen angemessen. Je nach Lebensart unterscheiden sich aber ihre Körperformen. Beispielsweise ist eine Libelle sehr schlank, während ein Käfer eher dick und gepanzert ist.



www.pixelio.de, ID296549 und ID314668, Maßstab ca. 1:1

Aufgaben

- a) Schätze durch Ausmessen in den Fotos bei Libelle und Käfer jeweils das Volumen und die Oberfläche ab.

Libelle: $V =$ $O =$

Käfer: $V =$ $O =$

Vergleiche.

- b) Vergleiche das Fortbewegungsverhalten von Libelle und Käfer. Kennzeichne es jeweils durch charakterisierende Stichworte:

Libelle:

Käfer:

- c) Begründe aus biologischer Sicht die Unterschiede aus a) mit den Charakteristiken aus b). (Benutze dazu die Rückseite).

Arbeitsblatt 8: Sauerstoffversorgung bei Insekten und Warmblütern und Körpergröße

- a) Beschreibe das Prinzip der Sauerstoffversorgung bei Insekten.
- b) Beschreibe das Prinzip der Sauerstoffversorgung bei Warmblütern.
- c) Begründe über die Sauerstoffversorgung, warum Insekten klein sind und Warmblüter sehr groß sein können. Beziehe dabei insbesondere das Verhältnis von Oberfläche zu Volumen ein.
Hinweis: Das schwerste Insekt ist der Goliathkäfer, der nur bis zu 12 cm lang wird.

