ScienceMath-projekt: **x^-0,5**
Ideja: Tine Golež,
Zavod sv. Stanislava, Škofijska klasična gimnazija,
Ljubljana, Slovenija

Education and Culture
Lifelong learning programme
COMENIUS

Učno gradivo

Ideja za izvedbo pri pouku

Izberemo eno izmed računalniških simulacij (glej učno gradivo), ki ponazarja gibanje notranjih planetov okoli Sonca. Pri tem se namesto po elipsah gibljejo kar po krožnicah, kar pa ni velik odmik od realnosti. Vprašamo se, kakšna je zveza med obodno hitrostjo planeta in polmerom njegove orbite. Izmerjene vrednosti vnesemo v koordinatni sistem in skušamo uganiti, katera funkcija povezuje omenjeni spremenljivki.

Učno gradivo

Potek

Simulacijo (http://www.hanksville.org/courseware/solarsystem/planets.html

http://galileoandeinstein.physics.virginia.edu/more_stuff/flashlets/innerplanets.htm

http://physik.uibk.ac.at/hephy/applets/physlet_resources/bu_physlets/c17_solar_sim.html)

projiciramo na tablo in izmerimo polmere orbit. Morda ni slabo, če orbito Zemlje zapišemo kot 1 ae (astronomska enota) in potem orbite ostalih planetov iz cm preračunamo v to enoto. To so neodvisne spremenljivke, ki jih bomo nanašali na vodoravno os. Potem s štoparico izmerimo čas enega obhoda posameznega planeta. Lahko si pomagamo tudi s simulacijo, ki v dnevih kaže, kako »teče« čas. Morda tako izerjeni čas preračunamo na enoto: eno leto. Potem izračunamo obodne hitrosti, ki jih dobimo kot:

$$v = \frac{2\pi r}{t_0}$$

Enota je ae*2π/leto.

Izmerke vnesemo v koordinatni sistem, kjer je na vodoravni osi polmer orbite (v astronomskih enotah, ae), na navpični pa hitrost planeta (v ae*2π/leto). Skozi točke skušamo narisati ustrezno krivuljo. Najbrž bodo dijaki najprej predlagali 1/x, potem morda $1/x^2$. Prava je seveda $1/x^{1/2}$. Poskusimo z vsemi. Glej priloženo Excel datoteko. Definicijsko območje se ne začne pri 0, saj se planet ne more gibati znotraj Sonca. V priloženi datoteki se začne pri 1/10 ae.

Potrebna oprema

Računalniški projektor, dostop do interneta, Excel.

Delovni listi

ScienceMath-projekt: **x^-0,5**
Ideja: Tine Golež,
Zavod sv. Stanislava, Škofijska klasična gimnazija,
Ljubljana, Slovenija

Nadaljnje informacije

Dve razlagi fizikalnega ozadja:

1. Če smemo predpostaviti, da se planetei gibljejo po krožnicah, potem 3. Keplerjev zakon povemo takole:

Kvocient polmera orbite planeta na tretjo potenco in kvadrata obhodnega časa istega planeta je za vse planete enak. Ali z enačbo:

$$\frac{r^3}{t_0^2} = konst.$$

Obe strani enačbe delimo z *r* in pomnožimo s *(2π)*^{2}. Na levi strani enačbe prepoznamo izraz za obodno hitrost planeta na kvadrat; gre za hitrost, s katero planet potuje po svoji orbiti.

$$\frac{(2\pi)^2 r^2}{t_0^2} = \frac{konst.(2\pi)^2}{r}$$

Zato zapišemo:

$$v^2 = \frac{konst.(2\pi)^2}{r}$$

In ko obe strani enačbe korenimo, je jasno, da je obodna hitrost obratno sorazmerna s kvadratom oddaljenosti planeta:

$$v = 2\pi\sqrt{\frac{konst.}{r}}$$

2. Če smemo predpostaviti, da se planetei gibljejo po krožnicah, potem zapišemo izraz za centripetalno silo:

$$F_c = m_p \frac{v^2}{r},$$

Kjer je m_p masa planeta, v njegova hitrost in r polmer orbite, po kateri se giblje. Ne smemo pozabiti, da je centripetalna sila le naziv oziroma ime, ki ga damo rezultanti zunanjih sil, ki delujejo na krožeče telo. Posledica delovanja te rezultante je spreminjanje smeri hitrosti, ne pa njene velikosti. Pri planetu, ki se giblje okoli Sonca, je sila le ena; privzamemo, kot da le Sonce privlači planet (čeprav ga malenkost privlačijo tudi ostali planeti in vsa masa v vesolju). Newton je ugotovil, da med poljubnima telesoma obstaja privlačna sila. Ugotovitev je zapisal z enačbo, ki ji pravimo gravitacijski zakon:

$$F = \frac{G m_s m_p}{r^2}$$

Pri tem je G gravitacijska konstanta, z m smo označili maso planeta in Sonca, r pa je razdalja med težiščema teh dveh teles.

Enačbi izenačimo:

$$m_p \frac{v^2}{r} = \frac{G m_s m_p}{r^2}$$

in izrazimo hitrost:

$$v = \sqrt{\frac{G m_s}{r}}$$

Rezultat kaže, da je zares hitrost sorazmerna z oddaljenostjo planeta na -1/2.

Ta projekt se financira s podporo Evropske komisije. Ta publikacija izraža le stališča avtorja ali avtorjev in Komisija ne odgovarja za kakršno koli uporabo v njej navedenih informacij.