Education and Culture
Lifelong learning programme
COMENIUS

Unterrichtsmaterial

Unterrichtsvorschlag

Einführung in die Funktionenlehre durch Schülerexperimente

Die vorliegende Unterrichtssequenz gliedert sich in zwei Teile. Als Vorkenntnis benötigen die Schülerinnen und Schüler lediglich das Wissen, wie man Messergebnisse zweier Größen tabellarisiert und in ein Koordinatensystem überträgt.
Den ersten Teil der Sequenz bildet eine siebenstündige Gruppenarbeit, in deren Verlauf jede Gruppe einen physikalischen Versuch durchführt und auswertet. Während der Auswertung werden die im Versuch beteiligten Messgrößen auf Zusammenhänge innerhalb der verschiedenen Darstellungsformen untersucht. Anschließend werden Verknüpfungen zwischen diesen, in den verschiedenen Darstellungen gefundenen, Zusammenhängen gesucht.
Im zweiten Teil werden dann die innerhalb der Gruppenarbeit entdeckten Zusammenhänge und Eigenschaften systematisch kategorisiert. Dabei wurde in der Reihenfolge nach den Funktionsklassen vorgegangen (proportional – antiproportional – linear). Dies hat den Vorteil, dass die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Darstellungsformen innerhalb einer Funktionsklasse direkt sichtbar gemacht werden können. Wichtigstes Prinzip in diesem zweiten Teil ist, so viele Entdeckungen wie möglich aus dem ersten Teil aufzugreifen. Dies gelingt zum Beispiel, indem die auf den Arbeitsblättern präsentierten Aussagen und Entdeckungen vorwiegend aus der Gruppenarbeit entnommen werden. So wird den Schülerinnen und Schülern verdeutlicht, dass hier mit ihren eigenen Ergebnissen gearbeitet wird, sie also selbst die Entdecker dieser Zusammenhänge sind. Dadurch erhalten sie einen persönlichen Bezug zum Unterrichtsgegenstand, durch den nicht zuletzt die Angst vor den neuen Inhalten genommen werden kann.

Dieses Projekt wurde mit Unterstützung der Europäischen Kommission finanziert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung (Mitteilung) trägt allein der Verfasser; die Kommission haftet nicht für die weitere Verwendung der darin enthaltenen Angaben.

Vorstellung des Unterrichtsganges

In der folgenden Tabelle wird eine Übersicht über die einzelnen Stunden und die darin eingesetzten Arbeitsblätter gegeben (die weiter unten nochmals zusammengestellt sind). Im Anschluss an die Tabelle werden die einzelnen Stunden detailliert vorgestellt.

Teil	Stunde Nr.	Inhalt	Arbeitsblätter
1. Gruppen-arbeit	1	Umgang mit Messfehlern bei der Auswertung von Messreihen.	01-Messfehler
	2 – 5	Durchführung der Schülerexperimente in Gruppen.	02a-auto, 02b-Feder, 02c-Pumpe.
	6 – 7	Präsentation und Besprechung der Ergebnisse, Interpretation der verschiedenen Darstellungen aus dynamischer Sicht.	
2. Verknüpfung der Ergebnisse aus der Gruppenarbeit mit der Funktionenlehre	8 – 9	Einführung: Terme zu verbal formulierten Gesetzmäßigkeiten aufstellen.	03-gesetzmäßigkeiten
	10	Definition: Proportionale Funktion (aus verbaler Beschreibung).	04-Proportionalitäten
	11	Proportionale Funktionen im Koordinatensystem darstellen, Steigung von Geraden im Koordinatensystem, Steigungsdreieck.	05-Steigungsdreieck
	12 – 13	Proportionale Funktionen in Tabellen darstellen, Tabellen systematisch untersuchen.	06a-poeproportab
	14 – 15	Antiproportionale Funktionen: Definition, Eigenschaften der Darstellungsformen und Bezug zu Anwendungen.	06b-tabellenuntersuchen, 07-antiproportionlitäten
	16 – 18	Lineare Funktionen: Definition, Eigenschaften der Darstellungsformen und Bezug zu Anwendungen.	08-linearitätendef, 09-linearitäteneigenschaften

Stundenverläufe

Stunde 1: In dieser Stunde wird im Plenum mit Hilfe des Arbeitsblattes 1 die Betrachtung und Auswertung von Messwerttabellen besprochen. Hier kommt es darauf an, dass den Schülerinnen und Schülern klar wird, dass Messwerte stets fehlerbehaftet sind und somit keine „perfekten“ Zuordnungen ergeben.

Stunden 2 –5: Die Klasse wird in Gruppen zu je ca. 3 – 4 Schülern aufgeteilt. Jede Gruppe bearbeitet einen der drei Versuche (Arbeitsblätter 2a, 2b & 2c), wertet diesen aus und diskutiert die Ergebnisse. Am Ende dieser vier Stunden sollen die Gruppenmitglieder darauf vorbereitet sein, eine Präsentation der eigenen Ergebnisse vor der Klasse zu halten.

Stunden 6 – 7: In diesen beiden Stunden präsentieren drei Gruppen (je Versuch eine) ihre Ergebnisse. Der Lehrer achtet dabei stets darauf, dass eine Verknüpfung der theoretischen Ergebnisse zur Versuchspraxis stattfindet. Dies kann auch im an die Präsentation jeweils anschließenden Unterrichtsgespräch stattfinden, indem auf noch nicht vorgestellte Zusammenhänge eingegangen wird. Dabei soll ein Schwerpunkt auf der Veränderung der Variablen innerhalb und zwischen den Darstellungsformen liegen (z.B. was passiert bei dynamischer Veränderung einer Messgröße; wie würde der Versuch weitergehen, wenn man ihn weiterführen würde, usw.).

Stunden 8 – 9: Während der Gruppenarbeit formulierten die Schülerinnen und Schüler Gesetzmäßigkeiten verbal. Mit Hilfe des Arbeitsblattes 3 (Seite 1) werden nun Variablen in Form von Buchstaben und Terme aus diesen Variablen als abgekürzte Schreibweise solcher verbaler Ausdrücke eingeführt. Die Übung dazu befindet sich auf Seite 2 desselben Arbeitsblatts. Hier werden einzelne Schülerlösungen aus der Gruppenarbeit (Scans auf AB 3) in Terme mit Variablen übersetzt.

Stunde 10: In allen drei Versuchen werden die Schülerinnen und Schüler mit proportionalen Zusammenhängen konfrontiert und formulieren sie für ihr Protokoll verbal. Diese Formulierungen werden nun zusammengefasst und als Einstieg in die Stunde den Schülern präsentiert (AB 4). Aus dem Vergleich dieser Zuordnungen und der Gemeinsamkeit über die verschiedenen Experimente hinweg wird nun die Definition von proportionalen Zuordnungen entwickelt, gesichert und anhand weiterer Aufgaben geübt (z. B. Entscheidung: Proportionalität oder nicht).

Stunde 11: Die Untersuchung proportionaler Funktionen bildet den Anfang bei der Behandlung der verschiedensten Funktionsklassen, sowohl in dieser Einheit, als auch im weiterführenden Mathematikunterricht. Es ist deshalb wichtig, hier die zu betrachtenden Punkte sorgfältig einzuführen. Deshalb widmet sich diese Stunde ausschließlich dem Schaubild von proportionalen Funktionen. Dabei muss zunächst geklärt werden, warum sich eine Gerade ergibt. Des Weiteren wird der Begriff der Steigung eingeführt. Dies kann durch Entdeckungen von Schülerinnen und Schülern aus der Gruppenarbeit unterstützt werden. In der Erprobungsphase wurde beispielsweise ein Auszug aus einem Schülerprotokoll (AB 5) als Eingangsimpuls gezeigt und aus diesem das Steigungsdreieck entwickelt.

Stunden 12 – 13: Neben der Untersuchung von Eigenschaften des Schaubilds einer Funktion, bildet die Untersuchung der tabellarischen Darstellung ein sehr wichtiges Feld bei der Einführung neuer Funktionsklassen. Grund dafür ist nicht zuletzt die große anwendungsbezogene Relevanz bei der Betrachtung von Messwerttabellen. Eine Einführung in die Untersuchungsmethoden und Sichtweisen von Tabellen gibt das Arbeitsblatt 6a, mit dessen Hilfe, neben den allgemeinen Methoden, die Charakteristika von Tabellen zu proportionalen Funktionen erarbeitet werden.

Stunden 14 – 18: Auf dem Arbeitsblatt 6b werden die in den vorigen Stunden kennen gelernten Untersuchungsmethoden auf Tabellen angewendet, die eine lineare und eine antiproportionale Funktion beschreiben. Die sich daraus ergebenden Erkenntnisse dienen als Einstieg zur systematischen Betrachtung dieser beiden Funktionsklassen. Die Ergebnissicherung erfolgt über die Arbeitsblätter 7 und 8, auf denen neben der jeweiligen Theorie auch Aufgaben bereit liegen, die einen Zusammenhang mit den Ergebnissen aus der Experimentierphase herstellen. Für jede der beiden Funktionsklassen standen zwei Stunden zur Verfügung. In der verbleibenden letzten Stunde wurde dann noch der (von den Schülern einer Gruppe schon entdeckte) Zusammenhang zwischen linearen und proportionalen Funktionen besprochen. Dies spielt in einer Reihe physikalischer Gesetzmäßigkeiten eine große Rolle, da häufig erst durch geschickte Wahl der Messgrößen oder Einheiten eine Proportionalität entsteht (z.B. Hookesches Gesetz, indem nicht die Federlänge, sondern nur ihre Ausdehnung betrachtet wird).

Benötigtes Material

Neben den Kopien der Arbeitsblätter wird speziell in der Gruppenarbeitsphase das Material für die Experimente benötigt. Die Details dazu befinden sich direkt auf den jeweiligen Arbeitsblättern zu Stunde 2 (AB 02a, 02b und 02c).

The **ScienceMath** project:
Einführung in die Funktionenlehre durch Schülerexperimente
Idee: Thilo Höfer,
Staufer Gymnasium Waiblingen, Deutschland

Arbeitsblätter

Zu Stunde 1:	Behandlung von Messfehlern 01-Messfehler
Zu Stunde 2:	Arbeitsaufträge zum Versuch „Gleichförmige Bewegung“ 02a-auto,
	Arbeitsaufträge zum Versuch „Federdehnung“ 02b-Feder,
	Arbeitsaufträge zum Versuch „Zusammenhang Druck - Volumen“ 02c-Pumpe
Zu Stunde 8–9:	Arbeitsblatt (zweiseitig) zur symbolischen Formulierung von Gesetzmäßigkeiten 03-gesetzmäßigkeiten
Zu Stunde 10:	Einstiegsimpuls (Folie) zu proportionalen Zusammenhängen 04-Proportionalitäten
Zu Stunde 11:	Einstiegsimpuls (Folie) zum Steigungsdreieck 05-Steigungsdreieck
Zu Stunde 12–13:	Arbeitsblatt (zweiseitig) zur Einführung von Methoden zur Untersuchung von Tabellen 06a-poeproportab
Zu Stunde 14–18:	Aufgabenblatt zur Anwendung der Methoden aus AB 06a bei linearen und antiproportionalen Funktionen 06b-tabellenuntersuchen
	Infoblatt mit der Ergebnissicherung zu antiproportionalen Funktionen und begleitenden Aufgaben zur Einübung 07-antiproportionlitäten
	Infoblatt mit der Ergebnissicherung zu linearen Funktionen und begleitenden Aufgaben zur Einübung 08-linearitätendef
	Arbeitsblatt zur Erarbeitung des Zusammenhangs zwischen linearen und proportionalen Funktionen (Schwerpunkt: experimentelles Umfeld) 09-linearitäteneigenschaften

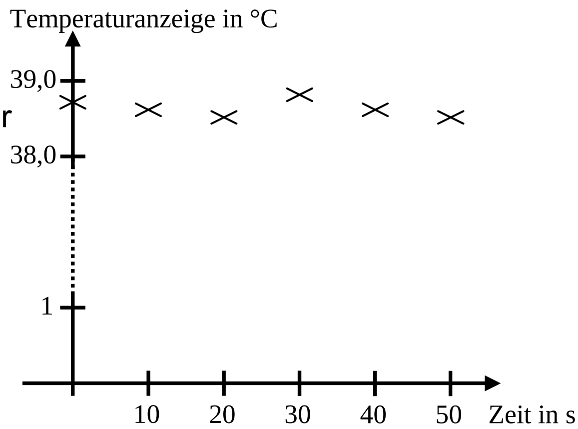
The **ScienceMath** project:
Einführung in die Funktionenlehre durch Schülerexperimente
Idee: Thilo Höfer,
Staufer Gymnasium Waiblingen, Deutschland

Arbeitsblatt 1: Behandlung von Messfehlern

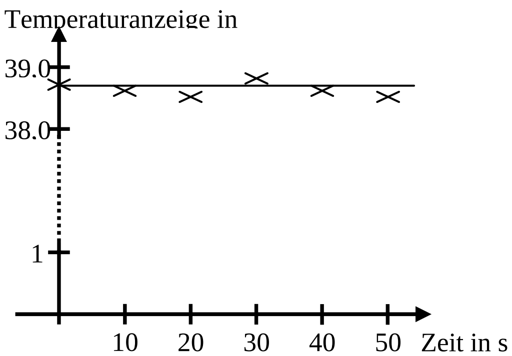
Egal wer einen Versuch durchführt, in den seltensten Fällen gelingen die Messungen so genau, wie man es sich wünschen würde. Fast immer hat man sogenannte Messfehler in seinen Messwerten. Zum Beispiel hat man beim Drücken einer Stoppuhr stets einen Reaktionsfehler, da man nicht genau im gewünschten Moment drückt, sondern kurz vorher oder nachher.
Wichtig ist es deshalb auf zwei Dinge zu achten: Zum Einen sollte man immer sehr sorgfältig messen, so dass man nur die wirklich unvermeidlichen Fehler macht. Zum Anderen muss man lernen, seine Messwerte so zu lesen, dass man „über die Messfehler hinweg sieht“. Eine erste Einführung, wie das geht, erhältst du in den folgenden Abschnitten.

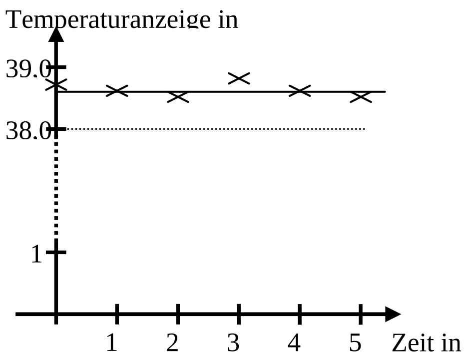
Messfehler im Graph

Fieberthermometer sind selten wirklich ganz genau. Dies kann man testen, indem man sich die Körpertemperatur innerhalb kürzester Zeit mehrmals misst. Der Graph nebenan ist hierfür ein Beispiel. Zunächst wurde eine Temperatur von 38,7°C bei einer kranken Person gemessen. Dann wurde sie im Abstand von jeweils 10 Sekunden noch weitere fünf Mal gemessen. Man erhielt nacheinander die Werte 38,6°C; 38,5°C; 38,8°C, 38,6°C und 38,5°C.



Da man nicht davon ausgehen kann, dass innerhalb dieser kurzen Zeitspanne die Temperatur so stark schwankt, muss man annehmen, dass diese Schwankungen aus Messfehlern hervorgehen. Es macht deshalb keinen Sinn, die Werte einfach zu verbinden, um einen Graph für die Temperatur innerhalb dieser Zeit zu erhalten. Viel wahrscheinlicher ist es doch, dass die Temperatur sich in dieser Zeit überhaupt nicht verändert hat. Wenn man deshalb die Körpertemperatur durch einen Graph angeben soll, so wird man sich für einen Graph entscheiden, der zu allen Zeiten die gleiche Temperatur hat und der dennoch relativ nahe an den Messwerten liegt, also zum Beispiel für einen der folgenden beiden:





Im linken Schaubild wurde eine Temperatur von 38,7°C angenommen, im rechten 38,6°C. Wichtig dabei ist: Die Messwerte liegen beide Male relativ nahe am Graph und beide Graphen drücken die Vermutung (dass die Temperatur die ganze Zeit gleich hoch ist) aus. **Beide Graphen werden deshalb als Lösung akzeptiert!**

Falsch wäre dagegen der gestrichelte Graph im rechten Schaubild. Hier ist zwar überall die Temperatur 38,0°C, er liegt aber zu weit von den Messwerten entfernt

Arbeitsblatt 1: Behandlung von Messfehlern -2-

Messfehler in der Tabelle
Ein Schnellzug fährt los. Der Fahrer liest in jeder Sekunde die Geschwindigkeit auf dem Tachometer ab.

Beispiel:

Zeit in s	1	2	3	4
Geschwindigkeit in km/h	29	61	85	119

Nach dem Experiment soll untersucht werden, wie sich die Geschwindigkeit verhält, wenn man die Zeit vervielfacht. Der Fahrer notiert sich die folgende Regelmäßigkeit:

Von t=1 auf t=2:
In der doppelten Zeit verdoppelt sich die Geschwindigkeit auch ungefähr (von 29 auf 61)

Von t=2 auf t=4:
In der doppelten Zeit verdoppelt sich die Geschwindigkeit auch ungefähr (von 61 auf 119)

Von t=1 auf t=3:
In der dreifachen Zeit verdreifacht sich die Geschwindigkeit auch ungefähr (von 29 auf 85)

Man sieht hier: Wenn ich die Zeit mit einer Zahl vervielfache, so vervielfacht sich die Geschwindigkeit auch um diese Zahl.

Kann diese Auswertung stimmen?
Schon an seinen Notizen erkennt man, dass es sich um keine exakten Ergebnisse handelt. Beispielsweise wäre das Doppelte von 29 km/h nach 1 Sekunde nur 58 km/h. Die nach 2 Sekunden gemessenen 61 km/h sind aber ja recht nahe an den 58 km/h, ungefähr findet also eine Verdoppelung statt. Und da der Fahrer davon ausgehen muss, dass er es nicht schafft, exakt in jeder Sekunde die Geschwindigkeit schnell abzulesen, kann seine Auswertung sicherlich stimmen.

Wichtig: Nicht immer gibt es so eine Regelmäßigkeit. Schreibt in so einem Fall auch ein paar Beispiele auf, der Schlusssatz lautet dann eben “Wir erkennen hier keine Regelmäßigkeit”. **Gebt euch aber Mühe**, manchmal sind die Regelmäßigkeiten nicht sofort klar erkennbar. Dann benötigt man etwas Zahlengefühl und muss ein paar Ideen durchprobieren.

Arbeitsblatt 2a: Versuch 1: Auto

Ihr erhaltet das folgende Material, prüft gleich nach, ob ihr alles habt:
1 Auto mit Elektromotor, 1 Maßband, 1 Folienstift, 1 schiefe Ebene mit Kugel,
1 Taktell/Metronom

Beantwortet die Fragestellungen so, dass ihr euren Klassenkameraden nicht nur eure Lösung zeigen, sondern auch <u>berichten und erklären könnt, durch welche Überlegungen ihr darauf gekommen seid</u>. <u>Jede/Jeder von euch muss darauf vorbereitet sein, den Versuch vorzustellen!</u>

Aufgabe 1a.)

Stellt euch vor, ihr sitzt in diesem Auto und es
(1) fährt an einer Ampel an.
(2) fährt lange Zeit auf einer geraden Landstraße.
(3) rollt los, da es an einem steilen Berg geparkt und die Handbremse vergessen wird.
(4) wird eine Notbremsung gemacht.

Besprecht in der Gruppe die verschiedenen Bewegungsabläufe, indem ihr vergleicht, wie weit das Auto in <u>jeder der</u> folgenden 5 Sekunden fährt. Notiert eure Überlegungen stichwortartig.

Vergleicht die vier Bewegungen: Welche Gemeinsamkeiten und welche Unterschiede gibt es?

Aufgabe 1b.)

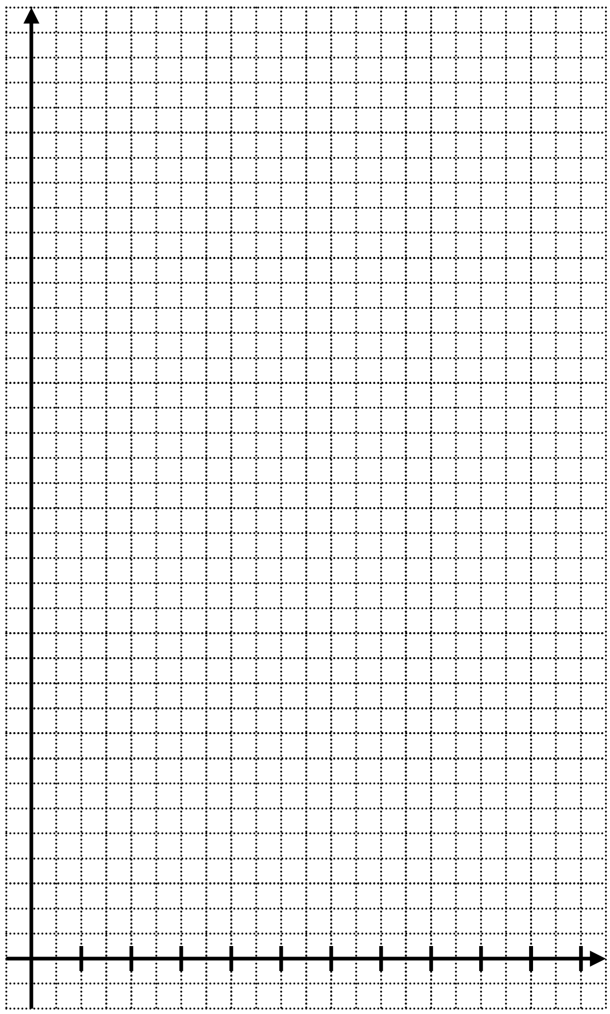
Anstatt eines „echten“ Autos verwenden wir nun den Elektrowagen. Nehmt euch zunächst genügend Zeit, um euch mit dem Wagen vertraut zu machen.
Stellt ihn auf eine mittlere Geschwindigkeit ein und <u>verändert diese nicht mehr.</u>
Lasst den Wagen dann eine Weile fahren. Welche der vier Bewegungen ((1) bis (4)) entspricht dieser Bewegung am ehesten?

Aufgabe 2a.) Messt, wie weit das Auto innerhalb von 1s, 2s, usw. kommt und tragt die Ergebnisse in die folgende Tabelle ein.

Zeit in s	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Fahrstrecke in cm									

2b.) Im Versuch fährt das Auto immer eine Sekunde länger. Betrachtet, wie sich dabei die gefahrene Strecke verändert. **Stellt eine Vermutung an**, wie die Tabelle weitergehen würde **!!! Macht keinen weiteren Versuch,** überlegt die Antwort mithilfe eurer Messtabelle !!! :

Zeit in s	**9**
Vermutete Fahrstrecke in cm	



Aufgabe 3:
a.) Übertragt die Punkte aus der Tabelle mit roter Farbe in das Koordinatensystem.
Hinweis: *Bezeichnet zunächst die Achsen und wählt die Einheiten so aus, dass alle Punkte aus der Tabelle in diesen Ausschnitt passen!!!*

b.) Zeichnet mit Bleistift einen Graph so ein, dass er die Messwerte sinnvoll wiedergibt. **Beachtet dabei das Infoblatt „Messfehler im Graph“.**
Welche Form hat der Graph?

Wieso hat der Graph genau diese Form? Erklärt dies mithilfe des Versuchsablaufs.

Zu 3.) b.) Vergleicht das Änderungsverhalten der Fahrstrecke im Vergleich zur Zeit:
(1) Wie macht es sich im Graph bemerkbar, wenn man das Auto eine Sekunde länger fahren lässt? Macht es einen Unterschied, ob man den Wagen zwischen 1 und 2 Sekunden oder zwischen 7 und 8 Sekunden betrachtet?

(2) Wie verändert sich die Fahrstrecke im Graph, wenn man die Zeit verdoppelt. Gibt es dabei einen Unterschied, ob die Zeit vor dem Verdoppeln klein oder groß ist?

c.) Verlängert den Graph so, dass ihr zur Zeit 9s auch eine gefahrene Strecke ablesen könnt. Wie lang ist sie? Vergleicht den Wert mit dem Wert aus 2b.)

d.) Wie wird das Schaubild weitergehen, wenn man das Auto immer mehr Sekunden fahren lässt? Beschreibt es in Worten. Diskutiert, ob dies in Wirklichkeit auch stimmt?
Hinweis: *Schön wäre es, wenn ihr zusätzlich zu eurer schriftlichen Beschreibung eine kleine Skizze (ohne Einheiten) anfertigt. Nur eine Skizze ist jedoch zu wenig.*

Aufgabe 4:
a.) Betrachtet in der Tabelle die gefahrene Strecke nach 2 Sekunden. Was passiert wenn man die Zeit auf 4s verdoppelt? Verdoppelt sich die Fahrstrecke auch? Oder vervielfacht sie sich um einen anderen Wert? **Beachtet dabei (und in den weiteren Teilaufgaben) das Infoblatt „Messfehler in der Tabelle“.**

b.) Betrachtet einige weitere Messpaare, bei denen die Zeit verdoppelt wurde (z.B. 3s und 6s). Sind die zugehörigen Fahrstrecken auch jeweils ein Vielfaches voneinander?
Ist dieses Vielfache immer gleich? Wenn ja, formuliert diese Regelmäßigkeit.

4c.) Betrachtet wieder den Wert für 2s und seine Fahrstrecke. Um wie viel wird die Strecke größer, wenn man die Zeit um 3s auf dann insgesamt 5s erhöht?

Um wie viel wird sie dann nochmals länger, wenn man sie um weitere 3s auf 8s erhöht? Könnt ihr eine Regelmäßigkeit erkennen? Wenn ja, formuliert diese.

d.) Wenn ihr in den vorigen Teilaufgaben eine Regelmäßigkeit erhalten habt, dann ...

(1) ... gebt nun eine Vorhersage an, wie weit der Wagen fahren würde, wenn man ihm 10s Zeit geben würde. *(Ihr dürft es danach gerne ausprobieren)*

(2) ... diskutiert nun, ob diese Regelmäßigkeit auch für sehr lange Zeiten gültig ist.

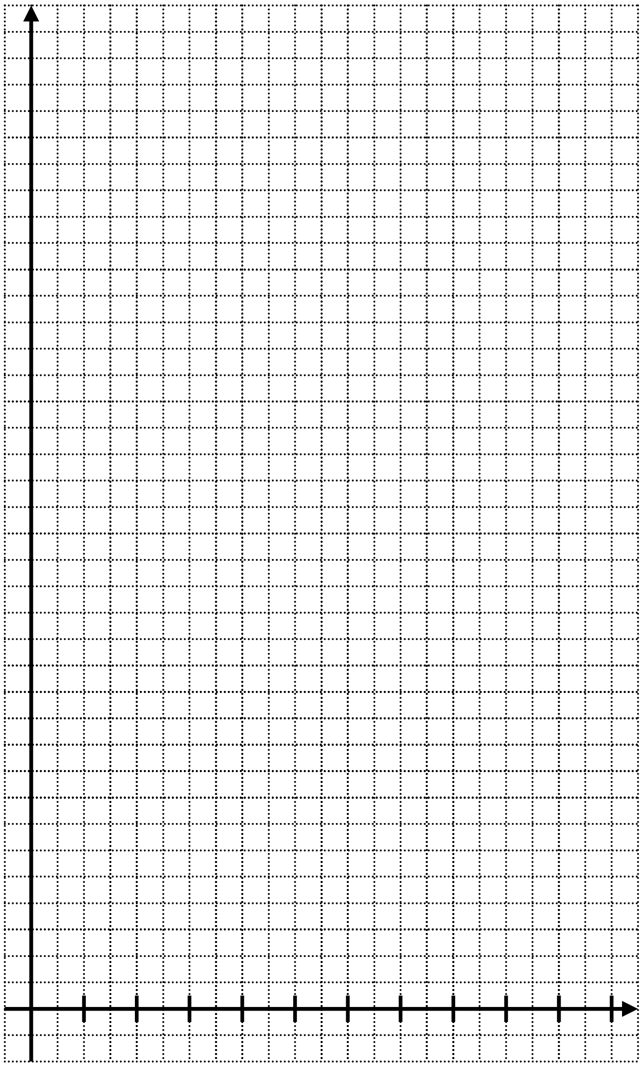
Aufgabe 5a.) Ab jetzt betrachten wir keinen Wagen, sondern eine Kugel, die eine schiefe Ebene hinunterrollt. Zu welcher bzw. welchen der vier in Aufgabe 1a.) beschriebenen Bewegungen ist diese Bewegung ähnlich?

Stellt das Metronom auf 120 Schläge pro Minute, dann gibt jeder Schlag eine halbe Sekunde an. Lasst die Kugel von oben rollen und markiert mit einem Stift auf dem Klebeband, wo sie sich gerade befindet. **Übt dies zuvor mit geschlossenem Stiftdeckel.** Messt nach dem Versuch aus, wie weit die Kugel insgesamt nach 1, 2, 3, ..., 8 Schlägen gekommen ist und füllt damit die folgende Tabelle aus.

Zeit in Schlägen (=0,5s)	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Rollstrecke in cm	0								

5b.) Übertragt die Punkte aus der Tabelle mit grüner Farbe in das Koordinatensystem.

5c.) Zeichnet mit Bleistift einen Graph so ein, dass er die Messwerte sinnvoll wiedergibt. Vergleicht wieder das Änderungsverhalten der Fahrstrecke
(1) Wie macht es sich im Graph bemerkbar, wenn man die Kugel einen Schlag länger rollen lässt? Macht es einen Unterschied, ob man die Kugel dabei zwischen 1 und 2 Sekunden oder zwischen 7 und 8 Sekunden betrachtet?



(2) Wie verändert sich die Rollstrecke im Graph, wenn man die Zeit verdoppelt. Gibt es dabei einen Unterschied, ob die Zeit vor dem Verdoppeln klein oder groß ist?

Betrachtet die beiden Graphen aus Aufgabe 3 und 5 im Koordinatensystem. Notiert alle Unterschiede und/oder Gemeinsamkeiten und erklärt sie aus dem Experiment heraus.

Aufgabe 6a.) Betrachtet in der Tabelle die gerollte Strecke nach 2 Schlägen. Was passiert mit ihr, wenn man die Zeit verdoppelt (auf 4 Schläge)? Verdoppelt sie sich auch? Oder vervielfacht sie sich um einen anderen Wert?

b.) Betrachtet einige weitere Messpaare, bei denen die Zeit verdoppelt wurde (z.B. 3 und 6 Schläge). Sind die zugehörigen Rollstrecken auch jeweils ein Vielfaches voneinander? Ist dieses Vielfache immer gleich? Wenn ja, formuliert diese Regelmäßigkeit.

c.) Vergleicht eure Antworten in 6a.) und 6b.) mit denen aus 4a.) und 4b.). Gibt es Gemeinsamkeiten oder Unterschiede?

Aufgabe 7.) Stellt euch vor, die Kugel sei euer Fahrrad an einem Berg. Welche Erkenntnisse könnt ihr aus euren Versuchen für die Fahrt nach unten gewinnen? Welche nicht?

<u>Knobelaufgabe</u> (Nur für Gruppen, die bereits fertig sind. Lösungen auf ein Extra-Blatt notieren! Es können <u>bis zu</u> 5 Knobelpunkte erreicht werden)**:**

a.) Versucht **je eine** Rechenregel zu finden, mit der man aus der Zeit die gefahrene bzw. gerollte Strecke bestimmen kann.
Berechnet mit euren Regeln, wie lang der Wagen nach 3,5 Sekunden bzw. die Kugel nach 3,5 Schlägen gekommen sein müsste.

b.) Bestimmt diese Werte auch aus den Graphen und vergleicht die Ergebnisse.

Hinweis: *Sie sollten nahezu gleich sein. Wenn sie sehr weit voneinander abweichen, ist bestimmt irgendwo ein Fehler in euren Überlegungen.*

Arbeitsblatt 2b: Versuch 2: Federdehnung

Ihr erhaltet das folgende Material, prüft gleich nach, ob ihr alles habt:
1 Feder mit Aufhängung, 1 Maßstecken mit Abstandszeigern, 1 Satz Wägestücke, 1 Ring-gummi

---

Beantwortet die Fragestellungen so, dass ihr euren Klassenkameraden nicht nur eure Lösung zeigen, sondern auch <u>berichten und erklären könnt, durch welche Überlegungen ihr darauf gekommen seid</u>. <u>Jede/Jeder von euch muss darauf vorbereitet sein, den Versuch vorzustellen!</u>

Aufgabe 1a.)
Bestimmt habt ihr – zumindest im Fernsehen – schon einmal beim Bungee-Jumping zugesehen. Vielleicht hat es sogar jemand schon einmal selbst probiert? Wie läuft so ein Sprung ab? Was passiert mit dem Seil?
Besprecht in der Gruppe die verschiedenen Phasen eines Bungee-Sprunges.
Notiert sie stichwortartig.

1b.)
Gibt es wohl einen Unterschied zwischen dem Sprung eines leichten und eines schweren Bungee-Springers? Wenn ja, welchen? Überprüft eure Vermutung mit dem Gummiband auf dem Tisch, indem ihr unterschiedliche Gegenstände daran hängt.

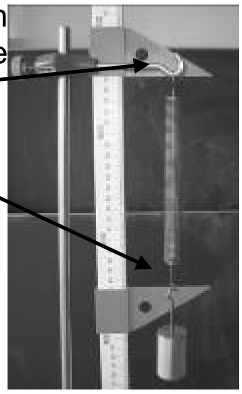
Besprecht auch dies in der Gruppe. Stellt euch dazu vor, ihr seid ein Anbieter von Bungee-Sprüngen. Was müsstet ihr bei verschieden schweren Personen beachten?

The **ScienceMath** project:
Einführung in die Funktionenlehre durch Schülerexperimente
Idee: Thilo Höfer,
Staufer Gymnasium Waiblingen, Deutschland

Anstatt eines Bungee-Seiles und verschieden schweren Personen verwenden wir nun eine Feder und kleine Massestücke.

!!! Lest Euch die Durchführung genau durch, bevor ihr mit den Versuchen beginnt!!!

Messt die Länge der Feder **zunächst ohne** und dann mit angehängten Wägestücken der Masse 20g, 40g, 60g, ..., 200g. Messt dabei die Länge der Feder von ihrem oberen bis zu ihrem unteren Aufhängepunkt.



Macht euch mit dem Versuch vertraut. Betrachtet insbesondere, wie man auf dem Maßstecken mithilfe der Abstandszeiger die Länge der Feder (ohne angehängtes Gewicht!!) messen kann.

Aufgabe 2a.) Messt die Federlänge bei verschieden großen angehängten Massen und tragt die Ergebnisse in die folgende Tabelle ein.

Masse in g	**0**	**20**	**40**	**60**	**80**	**100**	**120**	**140**	**160**
Federlänge in cm									

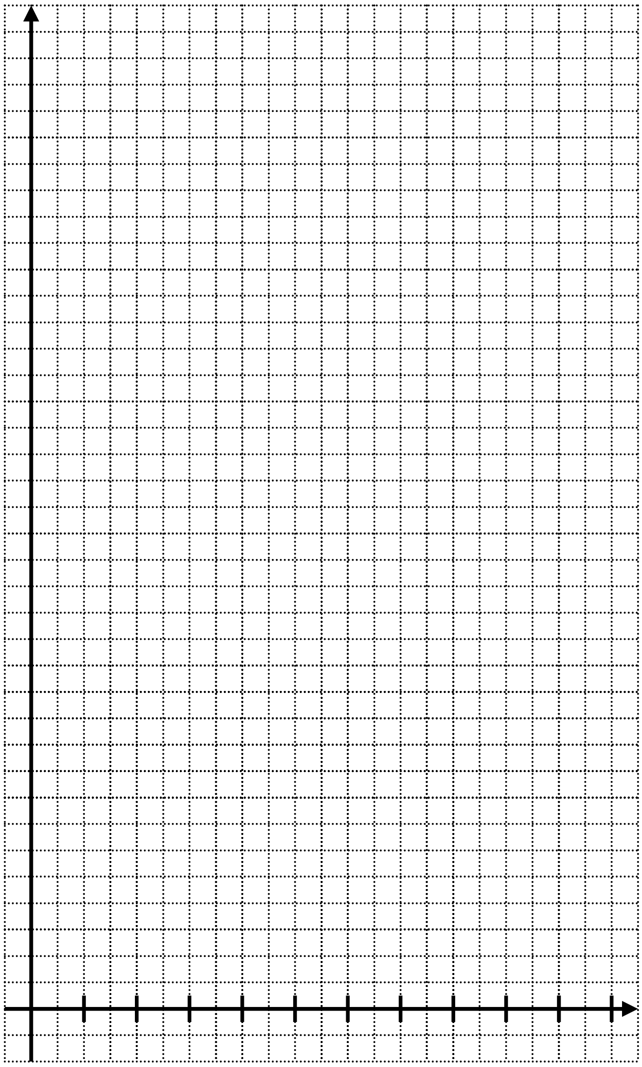
2b.) Im Versuch werden immer 20g mehr an die Feder gehängt. Betrachtet, was dabei mit der Federlänge passiert. **Stellt eine Vermutung an**, wie die Tabelle weitergehen würde **!!! Macht keinen weiteren Versuch,** überlegt die Antwort mithilfe eurer Messtabelle !!! :

Masse in g	**180**
Vermutete Federlänge in cm	

2c.) Wie lang wäre sie, wenn man in dem Versuch noch tausend Mal 20g mehr, insgesamt also 20.160g (=20,16kg) anhängen würde? Diskutiert diese Antwort mithilfe von 2b.) und unter Betrachtung des Versuchsaufbaus so lange, bis ihr der Meinung seid, dass dies im Experiment tatsächlich herauskommt. Notiert und beschreibt nicht nur die Antwort, sondern auch eure Diskussion.

Aufgabe 3:

a.) Übertragt die Punkte aus der Tabelle mit roter Farbe in das Koordinatensystem.
Hinweis: *Bezeichnet zunächst die Achsen und wählt die Einheiten so aus, dass alle Punkte aus der Tabelle in diesen Ausschnitt passen!!!*



b.) Zeichnet mit Bleistift einen Graph so ein, dass er die Messwerte sinnvoll wiedergibt. **Beachtet dabei das Infoblatt „Messfehler im Graph“.**
Welche Form hat der Graph?

Wieso hat der Graph genau diese Form? Erklärt dies mithilfe des Versuchsablaufs.

Vergleicht das Änderungsverhalten der Länge bei kleinen Massen und bei großen Massen:
(1) Wie macht es sich im Graph bemerkbar, wenn man eine kleine Masse um 20g vergrößert und wie, wenn man eine große Masse um 20g vergrößert?

(2) Wie macht es sich im Graph bemerkbar, wenn man die Masse verdoppelt. Gibt es dabei einen Unterschied, ob die Masse vor dem Verdoppeln klein oder groß ist?

c.) Verlängert den Graph so, dass ihr zur Masse 180g auch eine Federlänge ablesen könnt. Wie lang ist sie? Vergleicht den Wert mit dem Wert aus 2b.)

3.)d.) Wie wird das Schaubild weitergehen, wenn man immer größere Massen anhängt? Beschreibt es in Worten, bezieht dabei in eure Überlegungen die Antworten aus Aufgabe 2b.) und 2c.) ein.
Hinweis: *Schön wäre es, wenn ihr zusätzlich zu eurer schriftlichen Beschreibung eine kleine Skizze (ohne Einheiten) anfertigt. Nur eine Skizze ist jedoch zu wenig.*

Aufgabe 4:
a.) Betrachtet in der Tabelle den Wert für die angehängte Masse 20g und die zugehörige Federlänge. Was passiert mit der Federlänge, wenn man die angehängte Masse verdoppelt (auf 40g)? Verdoppelt sie sich auch? Oder vervielfacht sie sich um einen anderen Wert? **Beachtet dabei (und in den weiteren Teilaufgaben) das Infoblatt „Messfehler in der Tabelle“.**

b.) Betrachtet einige weitere Messpaare, bei denen die Masse verdoppelt wurde (z.B. 60g und 120g). Sind die zugehörigen Federlängen auch jeweils ein Vielfaches voneinander? Ist dieses Vielfache immer gleich? Wenn ja, formuliert diese Regelmäßigkeit.

c.) Betrachtet wieder den Wert für 20g und seine Länge. Um wie viel wird die Feder länger, wenn man die Masse um 40g auf dann insgesamt 60g erhöht?
Hinweis: *Hier ist nach der zusätzlichen Ausdehnung, nicht nach der gesamten Länge gefragt!!*

Um wie viel wird sie dann nochmals länger, wenn man sie um weitere 40g auf 100g erhöht? Und dann nochmals auf 140g? Könnt ihr eine Regelmäßigkeit erkennen? Wenn ja, formuliert diese.

4.)d.) Wenn ihr in den vorigen Teilaufgaben eine Regelmäßigkeit erhalten habt, dann ...

(1) ... gebt nun eine Vorhersage an, wie lang die Feder wäre, wenn man 200g anhängen würde. *(Ihr dürft es danach gerne ausprobieren)*

(2) ... diskutiert nun, ob diese Regelmäßigkeit auch sehr oft (z.B. 1000-Mal) nacheinander angewendet werden kann. Denkt dabei immer an das Experiment und wie es nach diesen häufigen Veränderungen aussehen würde.

Aufgabe 5a.) Die Feder ist ohne Masse schon einige Zentimeter lang. Ab jetzt betrachten wir jedoch nicht mehr die Federlänge, sondern **um wie viel cm sie sich insgesamt ausdehnt**, wenn man sie zunächst ohne und dann mit Masse aufhängt. Wenn man keine Masse anhängt, so ist sie noch nicht ausgedehnt, die Ausdehnung beträgt somit 0cm. Füllt die folgende Tabelle mithilfe eurer „alten“ Messwerte aus.
(Bsp.: Feder ist ohne Masse 11cm und mit Masse 16cm lang. Die Ausdehnung ist dann 5cm).

Masse in g	**0**	**20**	**40**	**60**	**80**	**100**	**120**	**140**	**160**
Ausdehnung in cm	0								

5b.) Übertragt die Punkte aus der Tabelle mit grüner Farbe in das Koordinatensystem von vorhin.

5c.) Zeichnet mit Bleistift einen Graph so ein, dass er die Messwerte sinnvoll wiedergibt. Vergleicht wieder das Änderungsverhalten der Länge bei kleinen Gewichten und bei großen Gewichten (siehe Aufgabe 3b.) (1) und (2)). Wie macht sich das im Graph bemerkbar?

Betrachtet die beiden Graphen aus Aufgabe 3 und 5 im Koordinatensystem. Notiert alle Unterschiede und Gemeinsamkeiten und erklärt sie aus dem Experiment heraus.

Aufgabe 6a.) Betrachtet in der Tabelle die Ausdehnung bei 20g Masse. Was passiert mit der Ausdehnung, wenn man die angehängte Masse verdoppelt (auf 40g)? Verdoppelt sie sich auch? Oder vervielfacht sie sich um einen anderen Wert?

b.) Betrachtet einige weitere Messpaare, bei denen die Masse verdoppelt wurde (z.B. 60g und 120g). Sind die zugehörigen Ausdehnungen auch jeweils ein Vielfaches voneinander?
Ist dieses Vielfache immer gleich? Wenn ja, formuliert diese Regelmäßigkeit.

c.) Vergleicht eure Antworten in 6a.) und 6b.) mit denen aus 4a.) und 4b.). Gibt es Gemeinsamkeiten oder Unterschiede?

Aufgabe 7.) Stellt euch vor, die Massestückchen würden an der Feder Bungee-Jumping „betreiben", und ihr seid der Betreiber. Welche wichtigen Erkenntnisse könnt ihr aus euren Versuchen für den Betrieb mit verschieden großen Massen ziehen und welche nicht?

Knobelaufgabe (Nur für Gruppen, die bereits fertig sind. Lösungen auf ein Extra-Blatt notieren! Es können bis zu 5 Knobelpunkte erreicht werden)**:**
a.) Versucht **je eine** Rechenregel zu finden, mit der man aus dem Wert der angehängten Masse die Federlänge beziehungsweise die Ausdehnung bestimmen kann.
Berechnet mit euren Regeln, wie lang die Feder sein müsste bzw. um wie viel sie sich ausdehnen müsste, wenn man 50g anhängen würde.
b.) Bestimmt die gesuchten Werte (Länge bzw. Ausdehnung bei 50g) aus den Graphen und vergleicht die Ergebnisse.
Hinweis: Sie sollten nahezu gleich sein. Wenn sie sehr weit voneinander abweichen, ist bestimmt irgendwo ein Fehler in euren Überlegungen.

The **ScienceMath** project:
Einführung in die Funktionenlehre durch Schülerexperimente
Idee: Thilo Höfer,
Staufer Gymnasium Waiblingen, Deutschland

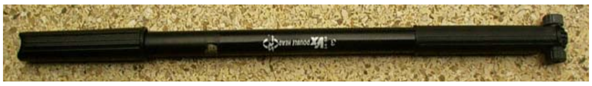
Arbeitsblatt 2c: Versuch 3: Fahrradpumpe

Ihr erhaltet das folgende Material, prüft gleich nach, ob ihr alles habt:
1 Fahrradpumpe, 1 Satz verschieden große Zylinder, 1 Überlaufgefäß, etwas Spülmittel, 1 Auffangbehälter mit Messstrichen, 1 Glasrohr mit Druckanzeige & Schraubgewinde

---

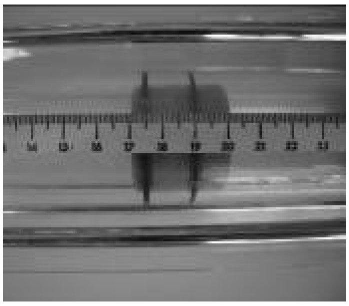
Beantwortet die Fragestellungen so, dass ihr euren Klassenkameraden nicht nur eure Lösung zeigen, sondern auch <u>berichten und erklären könnt, durch welche Überlegungen ihr darauf gekommen seid</u>. <u>Jede/Jeder von euch muss darauf vorbereitet sein, den Versuch vorzustellen!</u>

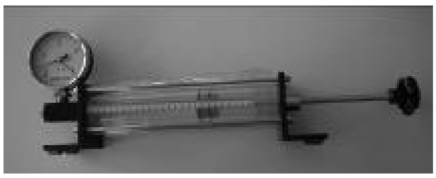
Aufgabe 1a.)



Ihr habt eine Fahrradpumpe vor euch liegen. Zieht die Pumpe auf. Haltet sie nun so, dass ihr mit dem Daumen die Öffnung verschließen könnt. Jetzt habt ihr eine bestimmte „Portion" an Luft eingesperrt. Drückt nun, bei weiterhin geschlossener Öffnung, die Pumpe immer weiter zusammen.
Was stellt ihr bei der Versuchsdurchführung fest? Was alles verändert sich dabei?

Aufgabe 1b.)
Da wir das der Luft zur Verfügung stehende Raumvolumen während des Versuches nicht messen können, behelfen wir uns (in der zweiten Versuchsreihe) mit Zylindern der Länge 14cm, 13cm, ..., 5cm. Sie veranschaulichen das Luftvolumen in einer Fahrradpumpe.
Welcher Zylinder veranschaulicht die am weitesten zusammen gedrückte Pumpe?





Betrachtet den Versuchsaufbau mit dem Glasrohr, an das eine Druckanzeige angeschlossen ist. Es ist im Prinzip wie die verschlossene Luftpumpe. Ihr könnt den der Luft zur Verfügung stehenden Raum durch drehen an der Schraube (rechts) verändern. Die Länge dieses zylinderförmigen Raumes könnt ihr an der Skala ablesen (immer am Stempel ganz links!!).

Aufgabe 2a.)
Stellt die Länge des Luftraums auf die in der folgenden Tabelle genannten Längen und lest dann jeweils den Luftdruck ab. **Verzehnfacht den abgelesenen Wert** und schreibt ihn in die Tabelle:

Länge in cm	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
Druck in N/cm^2										

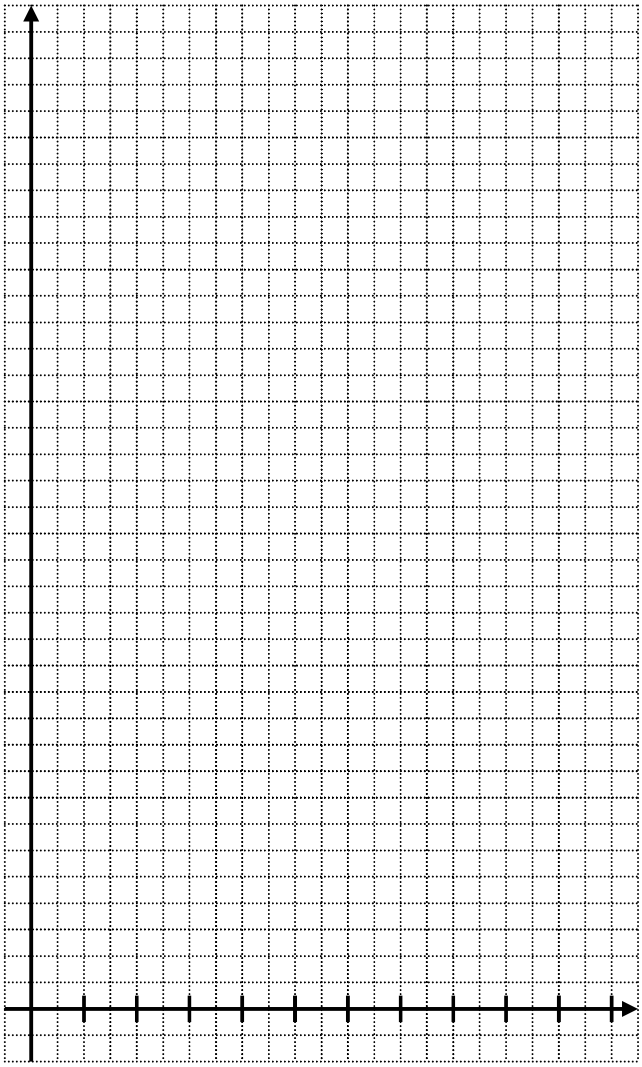
2b.) Wie verändert sich der Druck mit jedem Zentimeter, um den der Luftzylinder länger wird? **Stellt eine Vermutung an**, wie die Tabelle weitergehen würde **!!! Macht keinen weiteren Versuch,** überlegt die Antwort mithilfe eurer Messtabelle !!! :

Länge in cm	**15**
Druck in N/cm^2	

Aufgabe 3:
a.) Übertragt die Punkte aus der Tabelle mit roter Farbe in das Koordinatensystem.
Hinweis: *Bezeichnet zunächst die Achsen und wählt die Einheiten so aus, dass alle Punkte aus der Tabelle in diesen Ausschnitt passen!!!*

b.) Zeichnet mit Bleistift einen Graph so ein, dass er die Messwerte sinnvoll wiedergibt. **Beachtet dabei das Infoblatt „Messfehler im Graph“.**
Welche Form hat der Graph?

Wieso hat der Graph genau diese Form?
Argumentiert mithilfe des Versuchsablaufs.



Zu 3.) b.) Vergleicht das Änderungsverhalten des Drucks im Vergleich zur Länge:
(1) Wie macht es sich im Graph bemerkbar, wenn man den Zylinder um einen Zentimeter verlängert? Macht es einen Unterschied, ob man ihn von 5cm auf 6cm oder von 13cm auf 14cm verlängert?

(2) Wie verändert sich der Luftdruck im Graph, wenn man die Raumlänge verdoppelt. Gibt es dabei einen Unterschied, ob die Länge vor dem Verdoppeln klein oder groß ist?

c.) Verlängert den Graph so, dass ihr zur Länge 15cm auch einen Druckwert ablesen könnt. Wie groß ist er? Vergleicht den Wert mit dem Wert aus 2b.)

d.) Wie wird das Schaubild weitergehen, wenn man den Luftraum immer weiter verlängert? Beschreibt es in Worten. Diskutiert, ob dies in Wirklichkeit auch stimmen kann?
Hinweis: *Schön wäre es, wenn ihr zusätzlich zu eurer schriftlichen Beschreibung eine kleine Skizze (ohne Einheiten) anfertigt. Nur eine Skizze ist jedoch zu wenig.*

Aufgabe 4:
a.) Betrachtet in der Tabelle den Luftdruck bei einer Länge von 5cm. Was passiert wenn man sie auf 10cm verdoppelt? Verdoppelt sich der Druck auch? Oder vervielfacht er sich um einen anderen Wert (Hinweis: Vielfache können auch Werte kleiner als 1 sein, z.B. 0,5 oder 0,25) **Beachtet dabei (und in den weiteren Teilaufgaben) das Infoblatt „Messfehler in der Tabelle“.**

b.) Betrachtet einige weitere Messpaare, bei denen die Länge verdoppelt wurde (z.B. 6cm und 12cm). Sind die zugehörigen Luftdruckwerte auch jeweils ein Vielfaches voneinander?
Ist dieses Vielfache immer gleich? Wenn ja, formuliert diese Regelmäßigkeit.

4.) c.) Betrachtet wieder den Wert für 5cm und seinen Luftdruck. Um wie viel wird er kleiner, wenn man die Länge um 3cm auf dann insgesamt 8cm erhöht?

Um wie viel wird er dann nochmals kleiner, wenn man die Länge um weitere 3cm auf 11cm erhöht (und dann auf 14cm)? Könnt ihr eine Regelmäßigkeit erkennen? Wenn ja, formuliert diese.

d.) Wenn ihr in den vorigen Teilaufgaben eine Regelmäßigkeit erhalten habt, dann ...

(1) ... gebt nun eine Vorhersage an, wie groß der Luftdruck wäre, wenn man den Raum auf 15cm verlängern würde. *(Ihr dürft es danach gerne ausprobieren)*

(2) ... diskutiert nun, ob diese Regelmäßigkeit auch für sehr große Längen gültig ist.

Aufgabe 5a.) Das der Luft zur Verfügung stehende Volumen wurde in unserem ersten Versuch ständig verändert. Gemessen haben wir aber nur die Länge des „Luftraumes“. Wie hängt das Volumen mit der Länge zusammen? Dies untersuchen wir jetzt:
Da es sich um eine Luftröhre handelt, hat der Raum eine Zylinderform. Um den Zusammenhang zwischen Länge und Volumen bestimmen zu können, muss man somit Volumina verschieden langer Zylinder betrachten. Solch ein Zylindervolumen kann man mit der sogenannten „Überlaufmethode“ bestimmen:

(5) Gebt in das Überlaufgefäß etwas Spülmittel und viel Wasser, so dass es zunächst über das Überlaufrohr in den darunter gestellten Messbehälter überläuft.
(6) Wartet bis nichts mehr ausfließt, schüttet dann das Wasser im Messbehälter weg und stellt ihn wieder unter das Überlaufrohr.
(7) Legt nun den Zylinder, dessen Volumen ihr messen möchtet, langsam und vorsichtig in das Überlaufgefäß (dabei darf nichts anderes außer dem Zylinder mit dem Wasser in Berührung kommen!) Nun läuft wieder Wasser in den Messbehälter.
(8) Lest ab, welches Volumen das übergelaufene Wasser einnimmt, dies entspricht dem Volumen des Zylinders, da er genau so viel Wasser verdrängt, wie er selbst „groß“ ist.

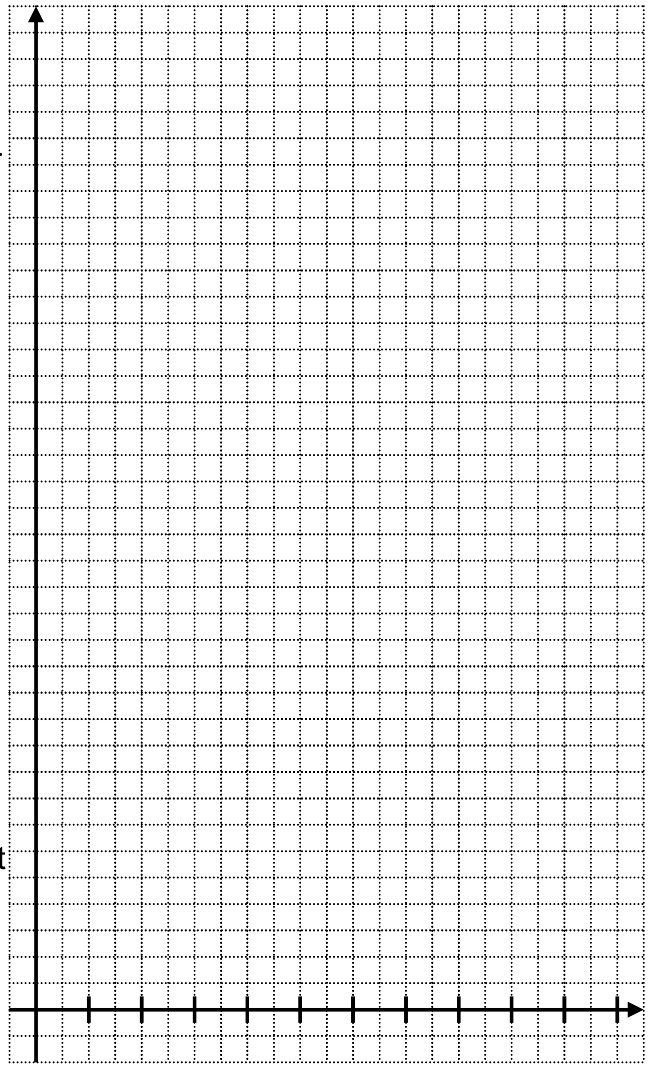
Füllt mit euren Messwerten die folgende Tabelle aus:

Länge in cm	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
Volumen in ml										

5b.) Übertragt die Punkte aus der Tabelle mit grüner Farbe in das Koordinatensystem auf der nächsten Seite.

c.) Zeichnet mit Bleistift einen Graph so ein, dass er die Messwerte sinnvoll wiedergibt.

d.):
Vergleicht das Änderungsverhalten des Volumens:
(1) Wie macht es sich im Graph bemerkbar, wenn man den Zylinder um einen Zentimeter verlängert? Macht es einen Unterschied, ob man ihn dabei von 5cm auf 6cm oder von 13cm auf 14cm verlängert?



(2) Wie verändert sich das Volumen im Graph, wenn man die Länge verdoppelt. Gibt es dabei einen Unterschied, ob die Länge vor dem Verdoppeln klein oder groß ist?

Betrachtet die beiden Graphen aus Aufgabe 3 und 5 im Koordinatensystem. Notiert alle Unterschiede und/oder Gemeinsamkeiten und erklärt sie aus dem Experiment heraus.

Aufgabe 6a.) Betrachtet in der Tabelle das Volumen bei 5cm Länge. Was passiert mit ihm, wenn man die Länge verdoppelt (auf 10cm)? Verdoppelt es sich auch? Oder vervielfacht es sich um einen anderen Wert?

b.) Betrachtet einige weitere Messpaare, bei denen die Länge verdoppelt wurde (z.B. 6cm und 12cm). Sind die zugehörigen Volumina auch jeweils ein Vielfaches voneinander?
Ist dieses Vielfache immer gleich? Wenn ja, formuliert diese Regelmäßigkeit.

c.) Vergleicht eure Antworten in 6a.) und 6b.) mit denen aus 4a.) und 4b.). Gibt es Gemeinsamkeiten oder Unterschiede?

Aufgabe 7.) Stellt euch vor, in einem Wettbewerb messen sich die stärksten Menschen der Welt, wie weit sie die Pumpe zusammendrücken können. Zufälligerweise treten sie so in der Reihenfolge an, dass die schwächsten unter ihnen beginnen und dann von Versuch zu Versuch immer stärkere Teilnehmer an der Reihe sind. Welche Unterschiede zwischen zwei aufeinander folgenden Teilnehmern erwartet ihr zu Beginn, welche gegen Ende des Wettbewerbs?

Kann es einen Teilnehmer geben, der die Pumpe vollständig zusammendrückt?

<u>Knobelaufgabe</u> (Nur für Gruppen, die bereits fertig sind. Lösungen auf ein Extra-Blatt notieren! Es können <u>bis zu</u> 5 Knobelpunkte erreicht werden)**:**
a.) Versucht **je eine** Rechenregel zu finden, mit der man aus der Länge den zugehörigen Druck bzw. das zugehörige Volumen bestimmen kann.
Berechnet mit euren Regeln, wie hoch der Druck bei 6,5cm bzw. das Volumen eines 6,5cm langen baugleichen Zylinders sein müsste.
b.) Bestimmt diese Werte auch aus den Graphen und vergleicht die Ergebnisse.
Hinweis: *Sie sollten nahezu gleich sein. Wenn sie sehr weit voneinander abweichen, ist bestimmt irgendwo ein Fehler in euren Überlegungen.*

Arbeitsblatt 3: Gesetzmäßigkeiten bei Zuordnungen

Manche Zuordnungen lassen sich durch eine Formel angeben. Dies wurde von vielen schon erkannt, die Formel ist aber noch nicht in mathematischer Schreibweise angegeben.

Hier ein **Beispiel**:
Ein Bäcker verkauft Brezeln. Pro Brezel muss man 60 Cent, also 0,6 € bezahlen.
Wie lautet die Formel für den Gesamtpreis, den man bezahlen muss, in Abhängigkeit von der Stückzahl an Brezeln, die man kauft?

Es gilt: ***Gesamtpreis = Menge an Brezeln * 0,6 €*** ***(1)***

Mathematiker schreiben dies aber kürzer. Beispielsweise notieren sie anstatt „Gesamtpreis" nur ein „G" und anstatt „Menge an Brezeln" nur ein B.

Außerdem lassen sie die Einheiten häufig weg.

Damit folgt die Formel: ***G= M * 0,6*** ***(2)***

Sehr häufig verwenden sie auch noch für jede Aufgabe die gleichen Buchstaben, x und y. Dabei ist y meistens der Buchstabe für das „was man berechnen will" und x für das „was man hat". In unserem Brezelbeispiel wäre also x die Menge an Brezeln und y der Gesamtpreis.

Die Formel wird zu: ***y = x * 0,6***

Außerdem schreiben sie bei einer Multiplikation die Zahlen vor die Buchstaben.

Nun sieht es so aus: ***y = 0,6 * x***

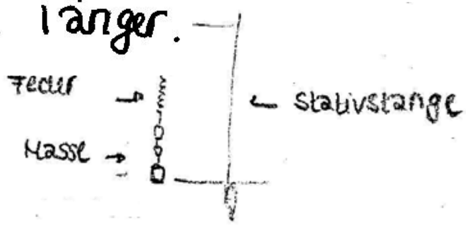
Dabei muss man immer dazu schreiben, wofür y und x stehen (mit Einheiten!), z.B.
y = 0,6 * x mit y: Gesamtpreis in Euro ,
x: Menge an Brezeln in Stück ***(3)***

Aufgabe 1:
Gib die Formeln zu den nebenstehenden Gesetzmäßigkeiten **<u>in den Schreibweisen *(1)*, *(2)* und *(3)*</u>** an.

Gesetzmäßigkeit I.)

Die folgende Gesetzmäßigkeit entstand aus einem Experiment, bei dem an eine Spiralfeder immer größere Massestücke gehängt wurden und dabei gemessen wurde, wie weit sich die Feder dadurch ausdehnt. Die Gruppe hat folgendes heraus gefunden:

Pro 10g wird die Feder 1cm länger.



a.) Finde die Formeln, die die Verlängerung der Feder in Abhängigkeit von der Masse angibt.

b.) Berechne mit der Formel, um wie viel die Feder durch eine Masse von 37g verlängert wird.

Gesetzmäßigkeit II.)

Hier wurde untersucht, wie weit ein Auto kommt, das mit konstanter Geschwindigkeit auf dem Flur fährt.
a.) Finde die Formeln für die Abhängigkeit der zurückgelegten Strecke von der Zeit.
b.) Berechne mithilfe der Formel, wie weit das Auto in 3,7 Sekunden kommt.

Die Regelmäßigkeit lautet: ~~A v~~ Jede weitere Sekunde 25cm.

Gesetzmäßigkeit III.)

Diese Gruppe hatte eine Art Fahrradpumpe, die zugehalten und zusammengepresst wird. Dadurch hat die eingeschlossene Luft nur einen wenige Zentimeter langen Raum zur Verfügung. Je kürzer man diesen Raum macht (durch zusammendrücken der Pumpe), umso stärker muss man drücken. Der Druck im Inneren wird somit größer (Er wird in der Einheit N/cm^2 gemessen).
Die Gruppe hat untersucht was passiert, wenn man der Luft nur noch halb so viel Platz lässt. Sie hat dabei folgendes heraus gefunden für den Druck bei 5cm, nachdem sich bei 10cm ein Druck von 7 N/cm^2 eingestellt hat:

z. B. 10cm → 5cm = $7\,N/cm^2 \cdot 2 + 1 = 15\,N/cm^2$

a.) Stelle die Formeln auf, mit denen man den Druck bei halber Raumlänge berechnen kann, sofern man den Druck bei voller Raumlänge gegeben hat.
b.) Der Druck bei einer Länge von 14cm betrug nach Messung 5 N/cm^2. Wie groß ist er bei halber Länge (also 7cm)? Berechne mit der Formel und vergleiche mit dem Messwert der Gruppe, dass bei 7cm der Druck 11 N/cm^2 beträgt.

Aufgabe 2:
Es gibt einen großen Unterschied zwischen den Gesetzmäßigkeiten und Formeln aus I.) und II.) gegenüber denen aus III.). Welchen?

The **ScienceMath** project:
Einführung in die Funktionenlehre durch Schülerexperimente
Idee: Thilo Höfer,
Staufer Gymnasium Waiblingen, Deutschland

Arbeitsblatt 4: Proportionalitäten

Gruppe „Auto“

(2) Wie verändert sich die Fahrstrecke im Graph, wenn man die Zeit verdoppelt. Gibt es dabei einen Unterschied, ob die Zeit vor dem Verdoppeln klein oder groß ist?

Wenn man die Zeit verdoppelt, verdoppelt sich auch die Länge.

Gruppe „Federdehnung“

Aufgabe 6a.) Betrachtet in der Tabelle die Ausdehnung bei 20g Masse. Was passiert mit der Ausdehnung, wenn man die angehängte Masse verdoppelt (auf 40g)? Verdoppelt sie sich auch? Oder vervielfacht sie sich um einen anderen Wert?

Sie verdoppelt sich.

b.) Betrachtet einige weitere Messpaare, bei denen die Masse verdoppelt wurde (z.B. 60g und 120g). Sind die zugehörigen Ausdehnungen auch jeweils ein Vielfaches voneinander? Ist dieses Vielfache immer gleich? Wenn ja, formuliert diese Regelmäßigkeit.

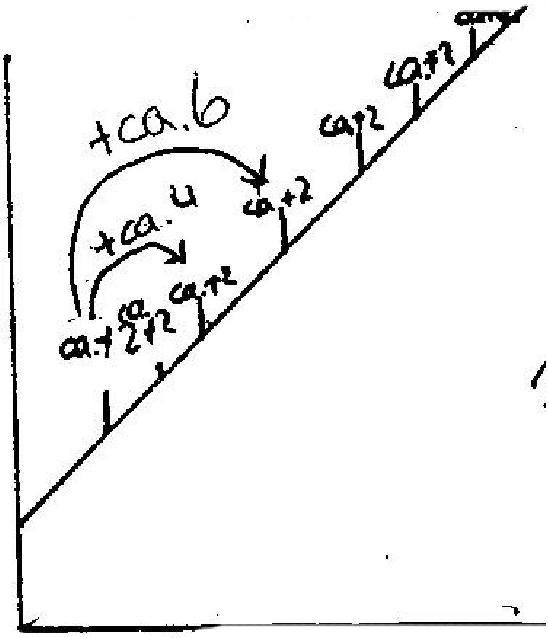
Das Vielfache ist immer ca. 2

Gruppe „Luftpumpe“

The **ScienceMath** project:
Einführung in die Funktionenlehre durch Schülerexperimente
Idee: Thilo Höfer,
Staufer Gymnasium Waiblingen, Deutschland

Arbeitsblatt 5:

Skizze:



Der Graph wird bei unserem Versuch mit 20g zunehmende Masse, steigt die Federlänge um ca. 2cm. Nimmt man statt 20g, 40g als Masse dazu, so steigt die ~~Federlänge steigt~~ die Federlänge um ca. 4cm

bsp: 30g: +3cm

The **ScienceMath** project:
Einführung in die Funktionenlehre durch Schülerexperimente
Idee: Thilo Höfer,
Staufer Gymnasium Waiblingen, Deutschland

Arbeitsblatt 6a: Tabellen systematisch untersuchen

Wenn man Tabellen auf Auffälligkeiten untersuchen möchte, kann man verschiedene Strategien wählen. Im Folgenden wird eine Zusammenstellung aufgezeigt, was man alles untersuchen kann.

1.) Vervielfachen der x-Werte

*2 *2 *3

+2

x	0	1	2	3	4	6
y	0	3	6	9	12	18

Wir erkennen hier:

2.) Additive Erhöhung der x-Werte

+1 +1 +1

x	0	1	2	3	4	6
y	0	3	6	9	12	18

Wir erkennen hier:

3.) Rechnerische Auffälligkeiten zwischen den Größen suchen

Dazu kann man alle Rechnungen mit den beiden Größen x und y anstellen, die man kennt. Die folgenden sind nur ein paar Beispiele aus den Grundrechenarten „Mal" und „Durch". Der Phantasie ist aber keine Grenze gesetzt, man könnte also auch „Plus", „Minus", „Hoch 2", usw. untersuchen.
Nutze die letzte, noch leere Zeile für eine weitere Untersuchung deiner Wahl.

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**6**
y	**0**	**3**	**6**	**9**	**12**	**18**
x * y						
y : x						
x : y						

Wir erkennen:

P.S.: Geübte „Tabellenuntersucher" machen natürlich nicht immer alle Untersuchungen, schauen sich die Tabelle „im Kopf" an und überlegen sich einen Verdacht, welche Untersuchung evtl. Erfolg verspricht

The **ScienceMath** project:
Einführung in die Funktionenlehre durch Schülerexperimente
Idee: Thilo Höfer,
Staufer Gymnasium Waiblingen, Deutschland

Aufgabe 1:
a.) Betrachte die folgende Tabelle und entscheide, ob die Zuordnung x → y proportional ist. Begründe deine Meinung auf die **drei verschiedene Arten**.

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	4	8	12	16	18	24

Aufgabe 2:
Fülle die ersten beiden Zeilen der folgenden Tabelle so aus, dass die Zuordnung x → y **nicht proportional** ist.
Führe dann die Untersuchungen 1.), 2.) und 3.) durch. Was stellst du im Vergleich zu den Erkenntnissen aus diesen Untersuchungen zu den proportionalen Funktionen fest.

x					
y					

The **ScienceMath** project:
Einführung in die Funktionenlehre durch Schülerexperimente
Idee: Thilo Höfer,
Staufer Gymnasium Waiblingen, Deutschland

Arbeitsblatt 6b: Tabellen systematisch untersuchen

Aufgabe 1:
Untersuche die folgenden Tabellen auf alle dir bekannten Arten. *Schreibe sie dazu ins Heft.*

a.)

x	0	1	2	3	4	8
y	5	3	1	-1	-3	-11

b.)

x	0	1	2	3	4	6
y	--	12	6	4	3	2

Aufgabe 2: a.) Zeichne ein Schaubild der Zuordnungen aus Aufgabe 1.
b.) Wie hängt die Form des Schaubilds mit den Ergebnissen aus der Tabellenuntersuchung zusammen?

Aufgabe 3: a.) Finde je eine Formel, die den Zusammenhang zu 1a.) und 1b.) zwischen x und y angibt. Berechne damit jeweils den y-Wert zum x-Wert 12.
b.) Wie hängt die Formel mit den Ergebnissen aus der Tabellenuntersuchung zusammen?

Arbeitsblatt 7: Antiproportionale Funktionen

Eine Zuordnung, bei der sich die eine Größe halbiert, wenn sich die andere Größe verdoppelt, nennt man eine **antiproportionale Funktion.**

Das **Schaubild** einer antiproportionalen Funktion heißt **Hyperbel**.

In der **Tabelle** gilt: Das Produkt aus zugehörigen x und y-Werten ist konstant,
somit: $x*y = k$ (konstant)

Als **Formel** kann man deshalb angeben: $\mathbf{y = k/x}$ mit k: konstante Zahl

Beispiel: Man verteilt 60 Euro auf alle Schüler, die eine Eins in der nächsten Arbeit schreiben. Dann gilt:

$$60 = y*x \quad \text{bzw.} \quad y = 60/x$$

mit y: Betrag, den ein Schüler mit einer 1 erhält
x: Anzahl an Schüler, die eine 1 bekommen.

Aufgaben:

a.) Finde mindestens 3 antiproportionale Zusammenhänge aus dem „wirklichen“ Leben.

b.) Das Experiment, in dem die in einer Röhre eingesperrte Luft zunächst stark zusammengedrückt war, bevor man den ihr zur Verfügung stehenden Raum immer länger machte ergab die folgende Tabelle. Sie beschreibt den Zusammenhang zwischen der Länge des Raumes (in cm) und dem Druck, den die eingesperrten Luft ausübt (Gegen den man also drücken muss, damit die Luft eingesperrt bleibt).

(9) Abgesehen von den Messfehlern kann man sagen, dass dies ein antiproportionaler Zusammenhang ist. Zeige dies auf mindestens zwei verschiedene Arten.

(10) Stelle eine Formel für den Zusammenhang zwischen Raumlänge x und Druck y auf.

Länge in cm	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Druck in N/cm²	22	19	16	14	13	11	10	9	9	8

Arbeitsblatt 8: Lineare Funktionen

In einer Zuordnung sei der Größe x eine Größe y zugeordnet.
Wenn sich die Größe y immer um eine feste Zahl verändert, sobald man x um +1 erhöht, dann nennt man diese eine **lineare Funktion.**

Das **Schaubild** einer antiproportionalen Funktion heißt **Gerade**.

In der **Tabelle** gilt:

x + 1 => y + m
x + 2 => y + 2 * m
x + 3 => y + 3* m
usw.

Beispiel & Aufgabe
Ein Zeitungsverkäufer an einem Kiosk arbeitet auf „Provisionsbasis".
Er erhält einen zunächst kleinen Grundlohn von 10 €, dafür bekommt er für jede verkaufte Zeitung 0,1 € „Provsion".

a.) Vervollständige die folgende Tabelle:
Dabei gilt: **x** sei die Anzahl an Zeitungen, die er verkauft
y sei der gesamte Lohn, den er erhält.
z ist eine beliebige Anzahl an Zeitungen. Schreibe in die letzte Spalte, wie du mit dieser Zahl z rechnen würdest, wenn du wüsstest, welche Zahl z ist.

x	0	5	10	100	200	350	z
y							

b.) Finde mindestens 3 lineare Zusammenhänge aus dem „wirklichen" Leben.

c.) Das Experiment, in dem die Länge einer Feder gemessen wurde, nachdem ein Massestück hingehängt wurde ergab die folgende Tabelle. Sie beschreibt die Zuordnung zwischen angehängtem Gewicht und der Federlänge.

(11) Abgesehen von den Messfehlern kann man sagen, dass dies ein linearer Zusammenhang ist. Begründe dies.
(12) Stelle eine Formel für den Zusammenhang zwischen angehängter Masse x (in Gramm) und Federlänge y (in cm) auf.

Masse in g	**0**	**20**	**40**	**60**	**80**	**100**	**120**	**140**	**160**
Federlänge in cm	7,5cm	9,5cm	11,5	13,5	15,2	16,5	18,5	20,5	22,5

The **ScienceMath** project:
Einführung in die Funktionenlehre durch Schülerexperimente
Idee: Thilo Höfer,
Staufer Gymnasium Waiblingen, Deutschland

Arbeitsblatt 9: Linearitäten und Proportionalitäten

Die Gruppen mit den Versuchen zur Federdehnung, widmeten sich zwei verschiedenen Betrachtungsweisen. Zum einen betrachteten sie, wie lang die Feder insgesamt ist, wenn man eine Masse anhängt. Dabei erhielt eine Gruppe die folgenden Ergebnisse:

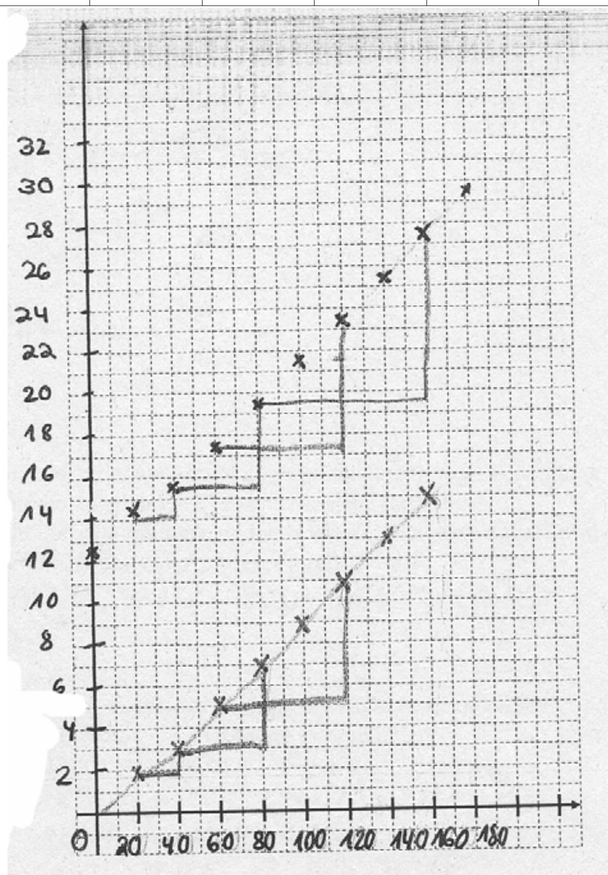
Masse in g	**0**	**20**	**40**	**60**	**80**	**100**	**120**	**140**	**160**
Federlänge in cm	12,5	14,5	15,5	17,5	19,5	21,5	23,5	25,5	27,5

Zum anderen beobachteten sie, um wie viel sich die Feder insgesamt unter der angehängten Masse ausgedehnt hat. Daraus folgte diese Tabelle:

Masse in g	**0**	**20**	**40**	**60**	**80**	**100**	**120**	**140**	**160**
Ausdehnung in cm	0	2	3	5	7	9	11	13	15

Beide Zuordnungen sollten im Koordinatensystem veranschaulicht werden. Die Gruppe erhielt das nebenstehende Schaubild.
Dabei stellte sie das Folgende fest:

Der Abstand zwischen der oberen und der unteren Linie beträgt immer 6,5cm.



Aufgabe:

1.) Die Gruppe hat hier etwas besonderes heraus gefunden, nämlich dass die beiden Geraden immer den gleichen Abstand zueinander haben. Man nennt sie deshalb **<u>parallele Geraden.</u>**
Der Abstand stimmt aber nicht.

(13) Wie lautet er richtig?

(14) Durch welchen Fehler kam dieser falsche Wert (6,5cm) zustande?

2.) Wie kann man diesen Abstand aus den Experimenten erklären?

3.) Bestimme für jede der beiden Geraden einen Term, der der angehängten Masse (x-Wert) die Federlänge bzw. die Ausdehnung der Feder (jeweils y-Wert) zuordnet.