

ScienceMath-projekt: Vodoravni met in parabola

Ideja: Tine Golež, Zavod sv. Stanislava, Škofijska klasična gimnazija
Ljubljana, Slovenja



Učno gradivo

Parabola med matematiko in fiziko – primer vodoravnega meta

Poučevalski predlog: glej naslednje strani

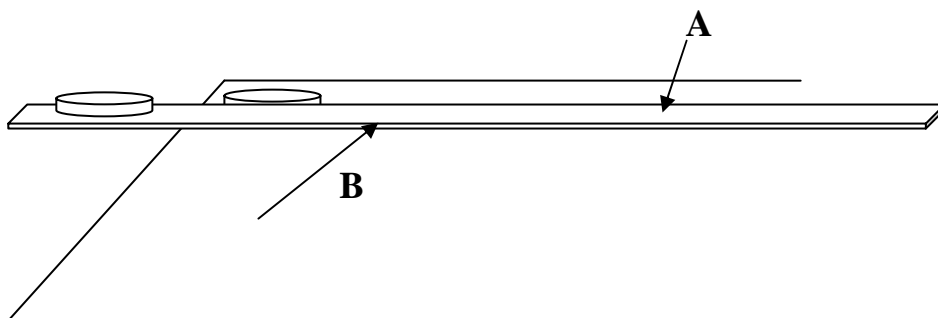
Uvod

Modul je sestavljen iz dveh delov. Prvi del, FIZIKALNI PRISTOP, bo izvedel učitelj fizike, medtem ko bo MATEMATIKOVO DOPOLNITEV uporabil učitelj matematike.

FIZIKALNI PRISTOP

Uvodni poskus

Kinematika je tista veja fizike, ki opisuje gibanje, ne da bi se spraševala o vzrokih za gibanje. Ko že obvladamo linearno gibanje, se lotimo vodoravnega meta. Gre za ravninsko gibanje, ki ga podrobno obravnavamo. Prvi poskus je dobro znani poskus z dvema kovancema (slika 1).



Slika 1. Poskus izvajamo na visoki podlagi (lahko je to navadva, okoli 2 m visoka omara). Z enim prstom pritiskamo v točki A, medtem ko z drugim zelo hitro odrinemo ravnilo v točki B. Ravnilo se bo zasukalo. Levemu kovancu bomo spodmaknili tla spod nog in bo začel padati navpično navzdol, medtem ko bomo desni kovanec izstrelili v vodoravni smeri.

Priprava

Pred izvedbo dijake seveda vprašamo, kateri bo prej priletel na tla. Ker bodo gotovo napovedi dijakov različne, se odločimo za poskus, ki je arbiter v fiziki.

Izvedba

Po nekaj ponovitvah se bodo strinjali, da oba hkrati padeta na tla, saj slišijo le en sam TOK in ne TOK, TOK. To pomeni, da v navpični smeri letita oba enako.

Sklep

Povzamemo ugotovitve: gibanje pri vodoravnem metu smemo razdeliti na dve neodvisni gibanji – v navpični smeri gre za prosti pad (saj sta kovanca hkrati padla na tla). Seveda pa nam ta preprosti poskus ne more izdati, kaj se dogaja v vodoravni smeri.

Za navpično smer že lahko zapišemo enačbe.

$$y = \frac{gt^2}{2} \quad (1)$$

in

$$v_y = gt \quad (2)$$

Os y smo tokrat obrnili navpično navzdol, os x pa je kot običajno vodoravna in obrnjena v desno.

ScienceMath-projekt: Vodoravni met in parabola

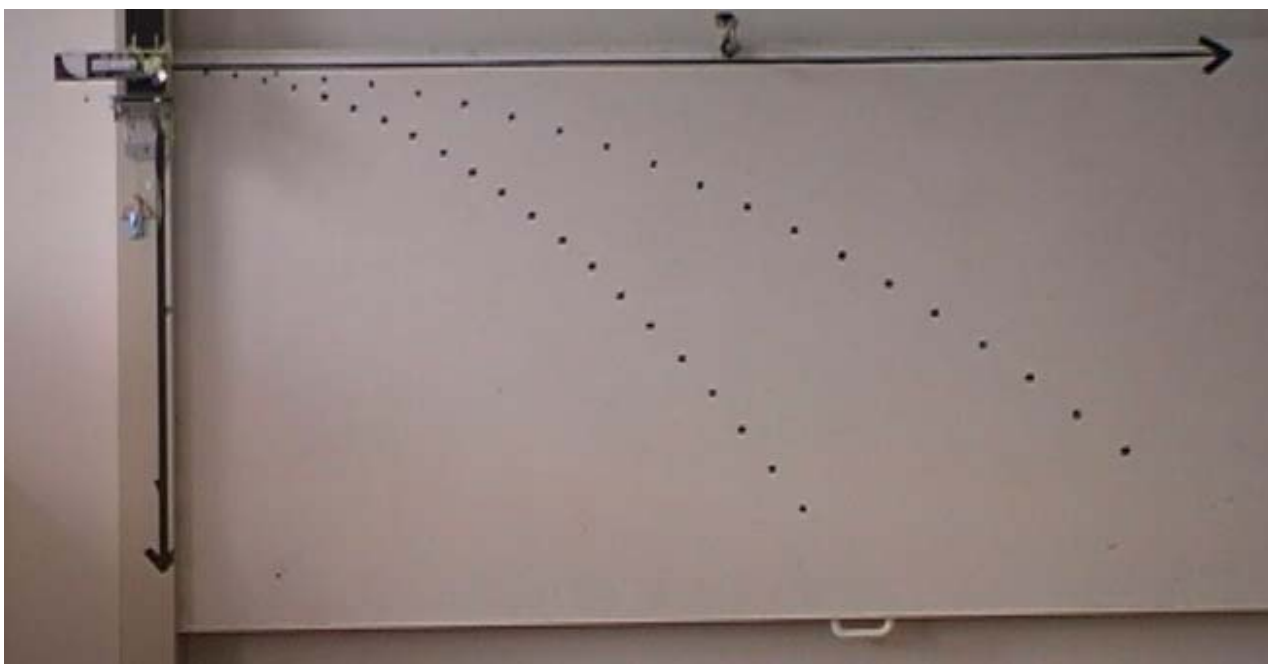
Ideja: Tine Golež, Zavod sv. Stanislava, Škofijska klasična gimnazija
Ljubljana, Slovenja

Izboljšani poskus

Fizikalni poskus in meritev naj bosta čim bolj enostavna. Toda tisti hip, ko nam ne moreta dati ustreznih podatkov, moramo poskus oziroma meritev opraviti z drugo metodo ali pripomočki. Prav zato se poskusa sedaj lotimo z demonstracijskim topom (Projectile launcher, proizvajalec PASCO), ki je pritrjen na stranski steber/nosilec table (slika 2). Omogoča nam zelo ponovljive strele v vodoravni smeri. Sedaj bomo lahko ugotovili tudi to, kakšno je gibanje v vodoravni smeri. Najprej dijaki ne vedo, kako nam bo to pomagalo, saj rečejo: «Hitrost izsreljene kroglice velika. Kako bomo izmerili to gibanje?»



Slika 2. Top na vzmet je pritrjen na nosilec table. Njegovo postavitve v razredu dobro vidimo na naslednji sliki.



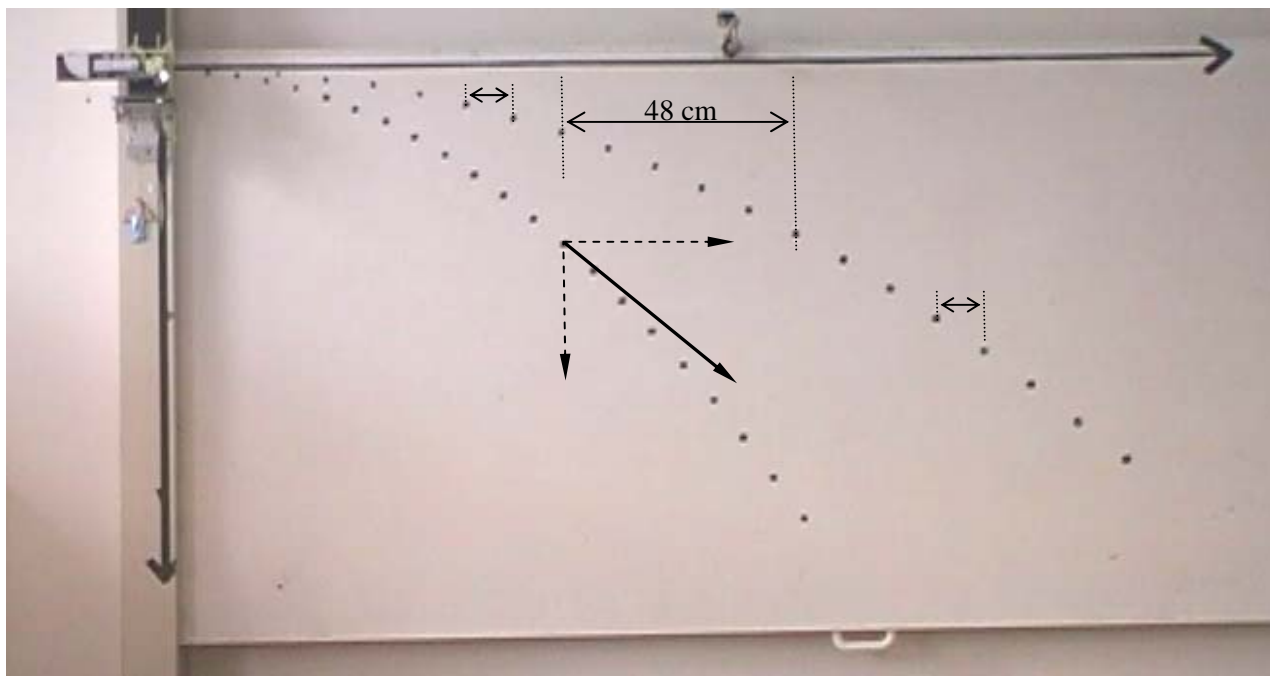
Slika 3. Fotografija table med uro fizike. Pike smo narisali med tem, ko smo posnetek v naravni velikosti predvajali na tablo, sliko za sliko.

Najbolj enostavno je, da strel posnamemo z digitalno kamero. Pozneje analiziramo počasno predvajanje poskusa. Seveda moramo projektor postaviti na ustrezno mesto v učilnici, da bo na tabli nastala slika v naravni velikosti, 1 : 1. Med počasno projekcijo, sliko za sliko, rišemo lege kroglice. Top omogoča tri začetne hitrosti. Dve smo uporabili za strele na spodnji sliki. Pa tudi na sliki 3 so že.

ScienceMath-projekt: Vodoravni met in parabola

Ideja: Tine Golež, Zavod sv. Stanislava, Škofijska klasična gimnazija Ljubljana, Slovenja

Nekateri dijaki opazijo, da so premiki v vodoravni smeri ves čas enaki, če opazujemo strel z izbrano hitrostjo. Večina to opazi tedaj, ko z dodatni oznakami to naredimo na tabli bolj vidno (slika 4).



Slika 4. Ker so zaporedne lege projicirane v naravni velikosti, lahko kar po tabli merimo razdalje in izračunamo začetno hitrost. Najprej pa seveda opazimo, da se premiki v vodoravni smeri ves čas enaki.

Hitro opazimo (slika 4), da je vodoravna komponenta hitrosti konstantna. Zato lahko uporabimo enačbi za enakomerno gibanje:

$$v_x = v_0 \quad (3)$$

$$x = v_0 t \quad (4)$$

Učitelj fizike preprosto izmeri razdalje na tabli in tako izračuna začetno hitrost kroglice. Lahko tudi razloži, da je trenutna hitrost seveda vektor. Na sliki sta tudi komponenti tega vektorja. Morda naredi še poskus »Lovec in opica«, ki pa ni tako pomemben za učitelja matematike, zato tu ni opisan.

MATEMATIKOVA DOPOLNITEV

»Učitelj matematike ali dijak kot preiskovalni inšpektor«

Učitelj matematike motivira dijake tako, da prinese v razred fotokopijo (slika 3), ki jo dijaki poznajo že od pouka fizike. Točno ta slika je torej že v njihovih fizikalnih zvezkih. Dijakom pove, da se bo kot nek preiskovalni inšpektor lotil raziskave slike. Po tej poti bo zmožni ugotoviti nekaj dejstev, ki se tičejo tako strele kot tudi načina snemanja. Prav nič mu ni potrebno pogledati v fizikalne zvezke. Najprej pove, da tudi matematiki znajo nekaj fizike, zato zapiše dve enačbi:

$$y = \frac{gt^2}{2} \quad (5)$$

in

$$x = v_0 t \quad (6)$$

Seveda mora priznati, da ne ve, kolikšna je bila začetna hitrost izstrelka. Prav tako tudi ne ve, kolikšen je časovni interval med dvema zaporednima legama kroglice. A trdi, da bo vse to zmožni izračunati s premeteno analizo slike.

Vprašanje: Kako zapisati zvezo $y(x)$, ki bo združila parametrični enački (5) in (6), da bo dobljena krivulja potekala skozi zaporedne lege izstreljene kroglice?

Iz enačbe (6) izrazimo čas in ga vstavimo v enačbo (5), pa je pred nami enačba parabole:

$$y = \frac{g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2}{2} \quad (7)$$

Da bo oblika bolj podobna, enačbo malce preuredimo:

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2 \quad (8)$$

Dobljena enačba nas spominja na parabolo v centralni legi $y = ax^2$. Če je koeficient pred kvadratnim členom majhen, gre za bolj položno parabolo in obratno. Ni zelo moteče, da je os y obrnjena navzdol.

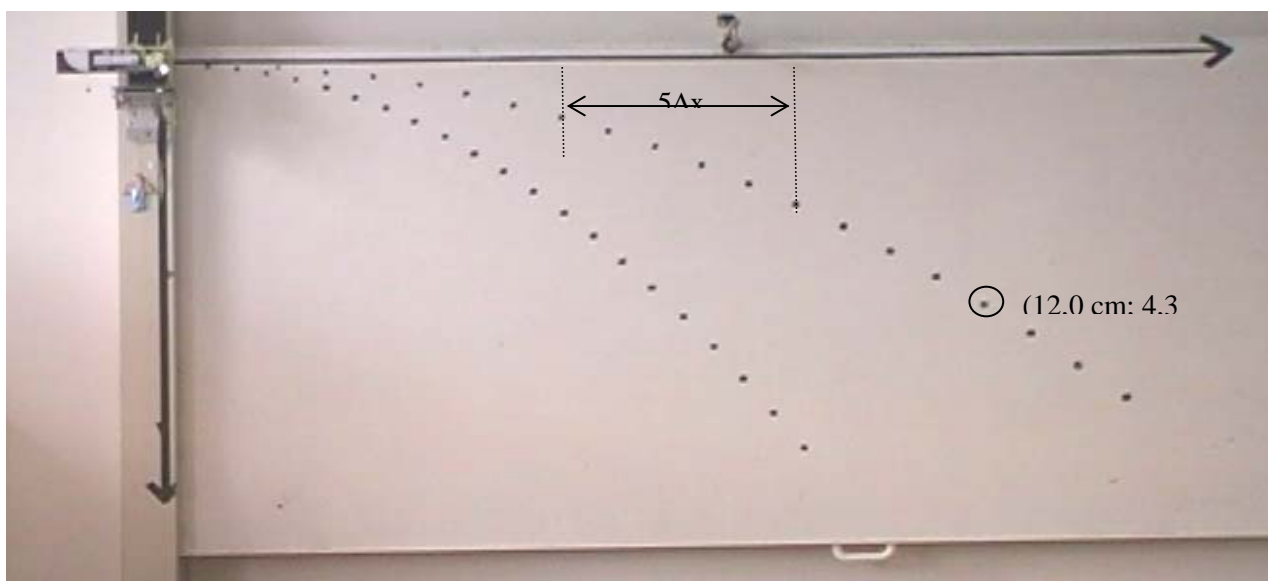
Vprašanje: Ali ta matematični zapis potrjuje opažanje pri streljanju? Zgornje točke na slikah 3, 4 in 5 ustrezajo večji hitrosti. V tem primeru je seveda koeficient v enačbi (8) manjši in parabola je zares manj strma.

ScienceMath-projekt: Vodoravni met in parabola

Ideja: Tine Golež, Zavod sv. Stanislava, Škofijska klasična gimnazija Ljubljana, Slovenja

H kvantitativni analizi

To je bila le kvalitativna analiza. Sedaj učitelj matematike izbere eno točko in izmeri njene koordinate. Na sliki 5 je izbral obkroženo točko, ki ima koordinati 12,0 cm in 4,3 cm. Toda merila slike ne poznamo! Učitelj prizna, da je snažilko prosil, da ga je malce spustila v fizikalnico (ki je zaradi drage opreme sicer vedno zaklenjena). Seveda na tabli ni bilo nič napisano ali narisano. Zato je izmeril višino table in višino table na sliki. Tako je ugotovil, da je razmerje 1 : 14. Koordinati obkrožene točke sta bili v resnici 1,68 m in 0,60 m.



Slika 5. Učitelj matematike je obkrožil eno točko in izmeril njene koordinate. Izmeril je tudi premik v vodoravni smeri, do katerega je prišlo v petih časovnih intervalih.

Sedaj je le še uporabil enačbo (8), v katero je vstavil koordinate in gravitacijski pospešek. Tako je izračunal, da je bila kroglica izstreljena s hitrostjo 4,8 m/s, kar dijaki preverijo v fizikalnem zvezku. Enak rezultat je tudi tam!

Seveda zmore učitelj izračunati tudi število posnetih slik na sekundo. Upošteva ravnokar izračunano hitrost in premik v vodoravni smeri v petih časovnih intervalih. Ta je 0,0198 s. Obratna vrednost tega časa je frekvenca – koliko slik na sekundo je posnela kamera. Rezultat je $50,5 \text{ s}^{-1}$; kamera je posnela 50 slik na sekundo. Razliko pripišemo napaki pri merjenju.

Nadaljnje informacije

Ta primer medpredmetnega povezovanja je bil že večkrat preizkušen v razredu in zelo motivira dijake. V resnici jim pokaže, kako pomembna je matematizacija fizikalnih pojavov. S tem tudi dodatno osmisli učenje parabole.

Če upoštevamo cenovno dostopnost digitalnih kamer, bi lahko pričakovali, da bo vsaka šola naredila poskus in uporabljala svoje izmerjene podatke za analizo.

Ta projekt se financira s podporo Evropske komisije. Ta publikacija izraža le stališča avtorja ali avtorjev in Komisija ne odgovarja za kakršnokoli uporabo v njej navedenih informacij.