Tausta

Yleinen didaktinen tausta

Lähtökohtana on oppiaineiden välinen lähestymistapa luonnontieteelliseen opetukseen. oppilaiden tulisi saada kokea matematiikka järkevänä, merkityksellisenä ja kiinnostavana kun he voivat yhdistää sitä muuhun, matematiikan ulkopuolisiin sisältöihin; ilmiöihin tutustuminen niiden aidossa ympäristössä voi johtaa intuitiiviseen matematiikan ymmärtämiseen. Oppilaiden on usein havaittu pitävän muodollista matematiikkaa täysin erillisenä aihealueena. Autenttisten tilanteiden tutkimisen avulla tämä mahdollinen kuilu voidaan ylittää opetustilanteessa.

Luonnontieteelliset asiasisällöt tarjoavat mahdollisuuden realistiseen opettamiseen. Konkreettiset fysikaaliset tai biologiset ilmiöt voivat saada aikaan matemaattista toimintaa ja johtaa autenttisiin kokemuksiin. Matemaattisia ilmiöitä voidaan kokea ja lähestyä monipuolisissa ympäristöissä, jolloin reaalitilanne voi johtaa matemaattiseen ymmärtämiseen. Monipuoliset realistiset tilanteet tarjoavat monia erilaisia malleja, joiden toimintaa voidaan havainnoida ja mallintaa. Arkipäivän ilmiöt tarjoavat avoimia tehtäviä ja niitä voidaan mallintaa matemaattisin välinein. Mallintamisen välineenä voidaan käyttää esimerkiksi funktion käsitettä, jonka yhteydessä voi realistisia riippuvuuksia tarkastella monipuolisesti. Valitut esimerkkitilanteet on valittu koska tutkitun tilanteen vaiheet vastaavat funktion käsitteeseen liittyviä ominaisuuksia, nämä ominaisuudet tulevat näkyviin realistisesti ja käytännöllisesti ja nämä ominaisuudet voidaan kokea autenttisina.

Mallintamisessa ja muutoksen tutkimisessa ilmiötä voidaan kuvata ja selittää useista eri näkökulmista. Silloin kun käytetään todellisen maailman tilanteita ja konkreettisia, mitattavia ilmiöitä nekin oppilaat, joille funktiot tuntuvat vaikeilta, voivat oppia tunnistamaan funktionaalisia suhteita ja keskustelemaan niistä. Lisäksi yhteisvaihtelu voidaan havaita autenttisissa tilanteissa.

Opetusmoduuleissa tehtävät tehdään erillisissä tehtäväpisteissä. Näissä kokeellisesti työskennellen oppilaat muistavat omia kokemuksiaan arkipäivän tilanteista ja keskustelua muuttuvista suureista ja pystyvät ennakolta arvioimaan tilanteita. Ennakkoarvioiden tarkistaminen tositilanteessa motivoi tutkimaan funktionaalista suhdetta. Tämä suhde, joka saadaan näkyviin merkitsemällä havainnot taulukkoon, esitetään ja sitä tutkitaan graafisesti. On tärkeä myös kannustaa keskusteluun tilanteesta ja yhdistää ilmiötä arkipäivän tilanteisiin. Hyväksi menetelmäksi on osoittautunut, että kukin ryhmä esittelee lopuksi omien tutkimustensa tulokset luokkatilanteessa.

Matemaattinen tausta

Funktion käsite on yksi kaikkein tärkeimmistä matematiikan käsitteistä vaikkakin se on yksi vaikeimmista. Monissa tutkimuksissa on osoitettu, että oppilaat ymmärtävät sitä yleensä pinnallisesti. Funktiota ajatellaan usein siten, että siinä tehdään jotakin x ja y:n kanssa ja sitten se esitetään graafisena. Graafisessa esityksessä on sitten käyrä, joka kuvaa kahden muuttujan välistä riippuvuutta. Mutta siinä, että funktion käsite rajoitetaan kuvaamaan tiettyä yhtälöä, on vaaransa. Funktion käsitteen hallitseminen tarkoittaa, että tutustuu sen monenlaisiin eri representaatiomahdollisuuksiin ja muutoksiin. Käsitteen monimutkaisuuden vuoksi sitä on tutkittu paljon kuluneiden viimeisten vuosikymmenten aikana. Tärkeitä tuloksia näistä ovat saaneet, esimerkiksi DeMorois & Tall, Stoye, Fischer & Malle, ja Swan, jotka kuvasivat funktion erilaiset representaatiot ja niiden muutoksen eri kognitiivisilla tasoilla.

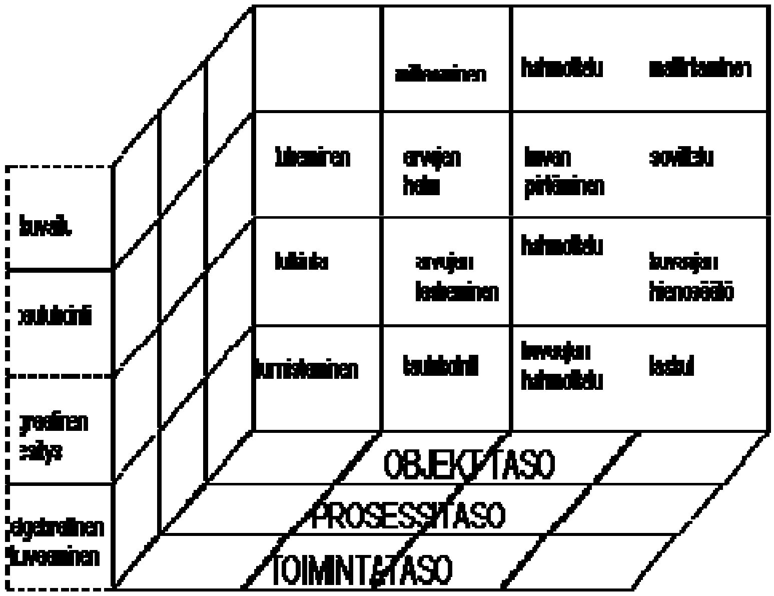
Käsitteestä voidaan kuvata seuraavia kolmea representaatiota:
Vastaavuus (toiminta), joka näkyy kun jokaisella joukkoon X kuuluvalla x:llä on yksi ja vain yksi vastinpiste y, joukossa Y. Yksinkertaisissa tilanteissa löytyy vain yksi x tai sitten voidaan ajatella joukon X alkioiden x:iä jatkuvina muuttujina.

Kovariaatio – vastaavuus (prosessi),
jolla tarkoitetaan, että kun x muuttuu, muuttuu myös sitä vastaava y. Silloin voimme nähdä x:n muutoksen y:nä tai sitten joukon jatkuvan muutoksen.

Muita näkökulmia:
Funktion ymmärtäminen objektina tarkoittaa, että se pitäisi ymmärtää kokonaisuutena, joka taas tarkoittaa sitä, että pitäisi tutustua sen eri piirteisiin kuten yksinkertaiseen ja jatkuvaan vastaavuuteen, diskreettiin ja jatkuvaan kovariaatioon kaikissa representaatioiden muodoissa ja muutoksissa.

Funktion käsite on erittäin kattavasti kuvattu mallissa “Haus des funktionalen Denkens“ (Thilo Höfer, 2006). Kaikki funktiokäsitteen eri piirteet tulevat siinä esiin ja selitetyksi.

Esitys sallii myös eri mahdollisuuksien tarkastelun erikseen ja yhden ja saman esityksen muunnelmine, esim. onko graafinen funktion esitys paras kun mietitään funktiota dynaamisena.



Tämä projekti on rahoitettu Euroopan komission tuella. Tässä julkaisussa esitetyt näkemykset ovat vain tekijöiden omia, eikä komissio ole vastuussa mistään julkaisuun sisältyvien tietojen käytöstä.