

## Material didáctico

En vista de relaciones funcionales existen muchos experimentos (véase la literatura → Beckmann 2006). La selección se puede hacer en maneras diferentes según el nivel y la capacidad de la clase. Los siguientes ejemplos tratan de implementaciones que se pueden realizar fácilmente en la rutina diaria en la escuela y que ocurren en el aula de matemáticas – lo que significa que no es necesario en el aula de física o en otra aula con varios materiales y complejos tests establecidos. Los materiales y las correlaciones son entonces escogidos simplemente<sup>1</sup>. Para que los contextos funcionales no sean obvios y sean en vez investigativos las propuestas no se refieren unicamente a un tipo de función (p.ej La función lineal) pero se dirigen a varios contextos funcionales véase la literatura → Beckmann 2006a) Dentro de grupos de aprendizaje eficientes se puede intentar resolver el concepto de descripción correspondiente. Lo más importante en todos los casos es el análisis verbal y textual de las formas de modificación y de interdependencia de los tamaños observados.

### Possible course

Introducción	El profesor introduce el trabajo , Posibles temas: errores en medición, Dibujando la línea de mejor ajuste etc. → Literatura
Estación de trabajo	Los experimentos son arreglados en estaciones. El trabajo de los estudiantes debe ser independiente (e.g. utilizar las hojas de trabajo)
Sesión de plenaria	Cada grupo presenta los resultados recibidos durante el trabajo en una estación




## Los experimentos (material y descripción ver las siguientes páginas)

El presente proyecto ha sido financiado con el apoyo de la Comisión Europea. Esta publicación (comunicación) es responsabilidad exclusiva de su autor. La Comisión no es responsable del uso que pueda hacerse de la información aquí difundida.


<sup>1</sup> The here mentioned suggestions for experiments are a possible selection. It is quoted partly from (Beckmann 2006) where many suggestions can be found.

**Estación 1:**


**Experimento *coche eléctrico***

Cantidades dependientes	Distancia y tiempo	
Dependencia	lineal	
Material	Coche de cuerda, metro (por lo menos 2 m), relojes de la parada (cronómetro)	
Funcionamiento	Tiempo en ciertas distancias del coche	
Fondo Interdisciplinario	El coche se desplaza en línea recta y a una velocidad constante. Este movimiento constante lineal tiene la siguiente propiedad: En tiempos iguales las mismas distancias son recorridas, lo que significa que la distancia y el tiempo son proporcionales: $\frac{s}{t} = \text{constante}$ . El valor constante describe el tamaño aquí no cambiado, la velocidad $v$ . La unidad para la velocidad es $\frac{m}{s}$ (metros por segundo).	
Referencias en la realidad	Recorrido del coche	

**Estación 2: Experimento del Goteo**


Cantidades dependientes	Volumen y cantidad de gotas	
Dependencia	proporcional	
Material	Tripode con montaje para embudo Cilindro o tubo de laboratorio con escala en mililitros Agua	
Funcionamiento	El embudo por separado es llenado con agua. La válvula es abierta de tal forma que el agua gotee lentamente (gota a gota) hacia el cilindro/tubo de ensayo de medición que se encuentra debajo. El número de gotas es contado. El volumen del agua es medido desde el cilindro/tubo de ensayo dependientemente.	
Factor proporcional	El cociente del volumen y el número de gotas es constante. La constante corresponde al volumen de una sola gota.	
Fondo Interdisciplinario	Con el goteo del agua desde el embudo, el volumen del agua en el tubo de medición incrementa. Si podemos arreglar que el agua gotee constantemente con el mismo volumen, el volumen entonces cambia proporcionalmente según el número de gotas. $V \sim n$ (V = Volumen del agua en el tubo de medición, n = número de gotas) $\frac{V}{n} = \text{constante}$ . La constante corresponde al volumen por gota. Según el goteo: En general una gota es la formación de un líquido que toma forma de globo por la tensión que hace la superficie. El llamado gota se adopta por el llamado cayendo gotas que es el resultado de la falta de resistencia en el aire. El experimento se utiliza gota para la cantidad de agua que gotea hacia otro objeto.	
Referencias en la realidad	Consumo de agua por escape en la llave del agua, Suministros de agua en la tierra	

**Estación 3**  
**Experimento *Caída Libre***

Cantidades dependientes	Distancia y tiempo	
Dependencia	cuadrático	
Material	Bola (Tenis), metro(decámetro), cronómetro, Escaleras en la escuela, Donde la bola pueda ser tirada y las medidas puedan ser medidas.	
Funcionamiento	Al principio varias posiciones donde la bola ha sido lanzada son marcadas. Las líneas de lanzamiento son medidas con un metro(decámetro). Luego la bola es lanzada desde las posiciones marcadas y el tiempo de caída es calculado.	
Fondo Interdisciplinario	<p>En la tierra los objetos caen con una aceleración constante de <math>g = 9,81 \frac{m}{s^2}</math> (Aceleración de la Tierra en Europe Central – resistencia del aire se descuida). Este movimiento de aceleración consistente tiene la siguiente propiedad: <math>s \sim t^2</math> also <math>\frac{s}{t^2} = const.</math> La constante corresponde a la mitad de la aceleración en la Tierra <math>g</math>.</p> <p>Esto es válido: <math>s = \frac{1}{2}gt^2</math> ( Ley del transcurso del tiempo del movimiento de caída)</p> <p><b>Información:</b> El cociente <math>s/t</math> no es constante en este caso. Aumenta con el tiempo. Corresponde a la mitad de la velocidad real de la bola en un punto del tiempo <math>T</math>. El cociente es la velocidad media. Pues la velocidad aumenta en valor <math>0</math>, el promedio es la mitad de la velocidad al final del intervalo de tiempo..</p>	
Referencias en la realidad	"Caída libre"- Torre en parques de atracciones, caída normal de objetos	


**Estación 4**

**Experimento *Cilindro***

Cantidades dependientes	Radio y volumen del cilindro	
Dependencia	cuadrático	
Material	<p>Enlatados cilíndricos o tubos de igual altura pero con distintos radios de base,                  Regla para medir el radio,                  Arena para llenar los cilindros (ojalá: arena de pájaro),                  Jarra de medición,                  Si es necesario un embudo y papel.</p>	
Funcionamiento	<p>Los enlatados/ tubos son llenados con arena y el volumen es medido con la jarra de medición independientemente del raio de la base de los cilindros.</p>	
Antecedentes	<p>El volumen de los cilindros es calculado por el área de la base por ocho. La base del cilindro es circular.                  Area del círculo: <math>A = \pi r^2</math> con <math>r</math> = radio del círculo y <math>\pi = 3,14159</math>.ae                  Aparte de este resultado el volumen del cilindro: <math>V = \pi r^2 h</math>.                  Con la constante <math>h</math> es válido: <math>V \sim r^2</math> res. <math>\frac{V}{r^2} = const.</math></p>	
Referencias en la realidad	<p>La forma que tiene el cilindro Cylindric es adecuado para almacenar comida, medicina, suplementos alimenticios, etc.</p>	


## Estación 5

### Experimento del Globo

Cantidades dependientes	Radio (de globos) y volumen (del líquido desplazado)	
Dependencia	Cúbico	
Material	Un jarro de medición con agua, Varios globos de diversos radios, un capillar	
Funcionamiento	<p>El jarro de medición se llena de agua y el volumen del agua es determinado. Los radios de los globos se miden con el calibrador.</p> <p>Los globos son sumergidos uno tras otro en el agua y se mide el nuevo volumen. El volumen del líquido desplazado se puede calcular como diferencia e independientemente del radio del globo hundido.</p>	
Antecedentes	<p>Cualquier globo que se hunda totalmente en el agua desplaza su propio volumen. El volumen de una bola se calcula a través de <math>V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3</math> (V = volume, r = radio del globo).</p>	
Referencias en la realidad	Desplazamiento del agua por objetos, p. ej. al bañarse (Archimedes en el baño), La historia del rey rana.	

### Estación 6

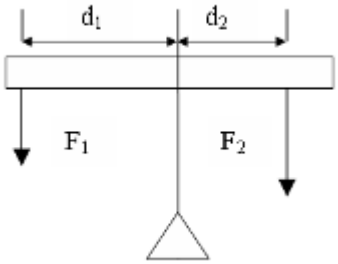
#### Experimento *Palanca 2*

Cantidades dependientes	La fuerza y el peso del brazo	
Dependencia	Proporcional inverso	
Material	Soporte con barra de palanca (largo 0,5 m), Metro de fuerza (max. 10 N), Peso a colgar (appr. 100 g, ej. Una piedra)	
Funcionamiento	El metro de fuerza se monta a cierto lugar en la barra de palanca, en donde permanecerá durante todo el experimento ( la elevación del brazo es por lo tanto constante). El brazo de elevación (distancia entre la fuerza y el eje de la palanca) es cambiado colgando el peso en diversos lugares de la barra de palanca. La fuerza que es necesaria para sostener la palanca en equilibrio se mide independientemente del brazo de la elevación.	
Fondo interdisciplinario	<i>Ver la siguiente página</i>	

Proyecto de **Ciencias-Matemáticas: Relaciones Funcionales1**

Idea: Astrid Beckmann,


Universidad de Educación Schwäbisch Gmünd, Alemania

	<p>Una palanca puede ser imaginada como una viga con un eje de rotación. En ambos lados del eje de rotación hay fuerzas acutando. La distancia <math>d_1</math> entre eje de rotación y la fuerza <math>F_1</math> es llamado brazo de palanca (según el dibujo)</p>  <p>Observación: Si diferenciamos entre la fuerza por un lado y el peso en el otro estaríamos hablando entonces del brazo de fuerza y brazo de peso</p> <p>Una palanca está balanceada si los productos del total de la fuerza y el brazo de la palanca en ambos lados del eje de rotación son iguales.</p> <p><math>F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2</math> (res: fuerza por fuerza del brazo = peso por peso del brazo)</p> <p>Las coherencias funcionales siguientes se pueden deducir de la condición del balance.</p> <p><i>proporcionalidad</i> entre la fuerza y el peso del brazo <math>\frac{F_1}{d_2} = \text{const.}</math> (La fuerza del brazo y el peso son constantes)</p> <p><i>Proporcionalidad inversa</i> entre la fuerza y el brazo de fuerza <math>F_1 \cdot d_1 = \text{const.}</math> Una constante del peso <math>F_2</math> es montada en la palanca en cierta distancia <math>d_2</math>.</p>
<p>Referencias en la realidad</p>	<p>En el sube y baja del patio, la palanca de una grúa, la pinza, la bicicleta etc., transporte de objetos pesados (bolso y palillos de excursión de oficiales)</p>

**(Exeperimento Palanca 2)**



**Estación 7**  
**Experimento el túnel**

Cantidades Dependientes	Distancia de una fuente de luz y de un brillo	
Dependencia	Inverso “cuadrático” (véase a continuación el <i>Fondo interdisciplinario</i> )	
Material	Instrumentos de medición para medición de brillo (Luxómetro), Tubos de cartulina de diversa longitud y del mismo diámetro, ventana con luz del día (poner la ventana en un lugar de con fuente luminosa)	
Funcionamiento	Los tubos de cartulina son sostenidos en un lado de la ventana. Al otro lado el sensor del luxómetro es instalado. El brillo se proyecta directamente en el escaparate.	
Fondo interdisciplinario	<i>Véase la siguiente página</i>	

Proyecto de **Ciencias-Matemáticas: Relaciones Funcionales1**

Idea: Astrid Beckmann,

Universidad de Educación Schwäbisch Gmünd, Alemania

	<p>Una fuente de luz (sol, lámpara etc.) envía luz en una cantidad especial. Un receptor (ojo, diode del ojo de cámara etc.) “siente” un brillo especial. El luxómetro mide el brillo en lux. Los luxómetros “sienten” igualmente como el ojo humano. Ellos no miden qué alta la energía es en la luz; ellos miden qué tan brillante puede ser a un ojo. La luz con la misma energía pero con diferentes colores pueden verse como si no tuvieran el mismo brillo.</p> <p>La medida es puesta en evidencia con diodos de cilicona, que están conectados en una dirección fija. La acción de la luz causa una corriente eléctrica, que es medida por el brillo. El brillo o la intensidad de iluminación es el razón entre la corriente ligera en un aeroplano y el área del plano. 680 lux se relacionan a un área ligera de 1 m<sup>2</sup> por la luz monocromática verde-amarillo (550 nanómetro) de 1 Watt. 0.1 lux se relacionan con la luz roja (750 nanómetro) bajo mismas condiciones.</p> <p>Ejemplos de intensidades de la luz:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Día soleado en verano: sobre 100000 lux</li><li>- Cielo cubierto en verano: sobre 20000 lux</li><li>- Día oscuro en invierno: sobre 3000 lux</li><li>- Lámpara de luz en la calle: sobre 40 lux</li><li>- Noche con luna llena: sobre 0,25 lux.</li></ul> <p>Buena luz ayuda a evitar accidente. En el trabajo hay regulaciones que demandan de 100 a 250 lux y 1000 lux para el trabajo que requiere precisión.</p> <p>El brillo / la intensidad de luz también depende de la distancia de la fuente de luz. La intensidad disminuye cuadráticamente con la distancia</p>
Referencias en la realidad	Conduciendo en un túnel (al que no se le ve el final), Distancia de una lámpara (Lámpara en la calle, lámpara de escritorio, etc.)

**(Experimento el túnel)**

## **Hojas de trabajo e impulsos**

La investigación de la relación funcional y de la hipótesis debe ser estimulado por un impulso de la vida cotidiana, que debe llevar al fondo interdisciplinario y a una discusión sobre él.

Antes de empezar el experimento los estudiantes deben ocuparse del material:

- ¿Qué puede cambiar?
- ¿Qué cantidades cambian simultáneamente cuando cambiamos una cantidad?
- ¿Qué relación supone usted?

En principio la tarea general se encuentra arriba de cada experimento

Describe la relación entre la cantidad ... y la cantidad ....

verifique: Confirma la relación su presunción?

Describe las características especiales de la relación.

Seguido:

- Impulsos para cada experimento
- Hojas de trabajo para el experimento como ejemplo el *coche eléctrico*
- Hoja de trabajo general para rellenar

**Impulsos** (para copiar – ver las siguientes páginas)

## Impulso

## Coche eléctrico



Imagine que usted está sentado en este coche.  
El coche

1. Inicia en el semáforo.
2. Circunda una esquina.
3. Sigue todo recto en una carretera

Describa los diferentes movimientos que realiza el coche..

*Dialogue en grupo.*

## Impulso

## Gota

Usted ha visto alguna vez un goteo, talvez en la cocina o en el baño.

¿Cuál es su opinión? ¿Es importante cerrar completamente la llave del agua o repararla?

Estíme el número de gotas por hora, por día  
¿Cuántos litros hacen?

¿Hay alguna relación entre el número de gotas y el volume de agua goteada?

*Dialogen sobre las preguntas en grupo.*



## Impulse

## Caída libre

En parques o ferias de ocio usted puede encontrar una atracción especial, la "torre de caída libre". Esta es una torre delgada de barras de hierro de cerca de 50 m de alto. Primero se lleva a la gente hasta el punto más alto y luego se dejan caer ¿La ha experimentado? ¿Qué sintió usted?

La distancia de caída puede ser diferente en distintas torres. ¿Cuál puede ser la diferencia entre una caída larga y una corta?

*Discuta esto en grupo. Encuentre varias diferencias*



fuentes: [www.pxelquelle.de](http://www.pxelquelle.de) ID99300, fotografía: anjume

## **Impulso**

## **Cilindro**

La medicina como también suplementos alimenticios como vitaminas etc, son vendidos como pastillas, líquidos o en polvo. La medicina el polvo y otros alimentos son empacados en envases cilíndricos. ¿Porqué son los envases cilíndricos útiles?

*Discuta esto en grupo.*

Suponga que hay dos envases del mismo tamaño pero con diferente radio. Qué se dice sobre su volumen en caso de que el radio de uno sea el doble que el otro.

*Discuta esto en grupo y tenga cuenta:*

- El volumen es el mismo
- El volumen es 1.5 veces mayor
- El volumen es el doble
- El volumen es cuatro veces más grande.



## **Impulso**

## **Globo**

Conoce la historia sobre Arquímedes (287-212 a.c.) en la bañera.

¿Qué pasó?

¿Puede usted decir algo sobre el volumen del agua desplazada?

¿Existe alguna diferencia cuando una persona grande o pequeña entra en la bañera?

*Discuta esto en grupo.*



fuelle: Tamara Schuh 1C2, [www.lgh.lu](http://www.lgh.lu)

Sobre la mesa puede ver una jarra de medición la cual llenara de agua; y globos o canicas de diferentes tamaños.

Piense:

- ¿Cuál canica desplazará más agua?
- Mire la canica y suponga: ¿Desplazará la canica dos veces más grande el doble del volumen de agua?



*Discuta esto en grupo.*

## **Impulso**

## **Palanca 2**

En algunos parques se pueden encontrar el sube y baja. Seguramente los ha visto antes. Tal vez los probó (con un compañero) para balancear el sube y baja.

Imagine que con usted se encuentran otros dos compañeros en el sube y baja. Jack más pesado que Alex.

Suponga:

¿Quién tiene que sentarse junto al eje para una posición balanceada?

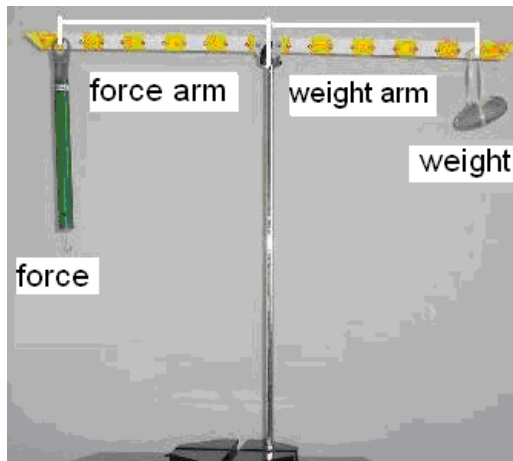


*Discuss this in the group.*

En el experimento construiremos un sube y baja sencillo. Usted puede ajustar la fuerza de tal modo que el nivel sea balanceado.

Suponga:

¿Necesita mayor o menor fuerza al punto más cercano del eje?



*Discuta esto en grupo*

## **Impulso**

## **Túnel**

Imagine que conduce por un túnel y no logra observar el final de este.

¿Cómo cambia el brillo (la intensidad de la luz) a medida que se acerca a ella?

*Discuta esto en grupo,*







4. Considere la tabla. ¿Hay alguna relación? ¿Cuál?

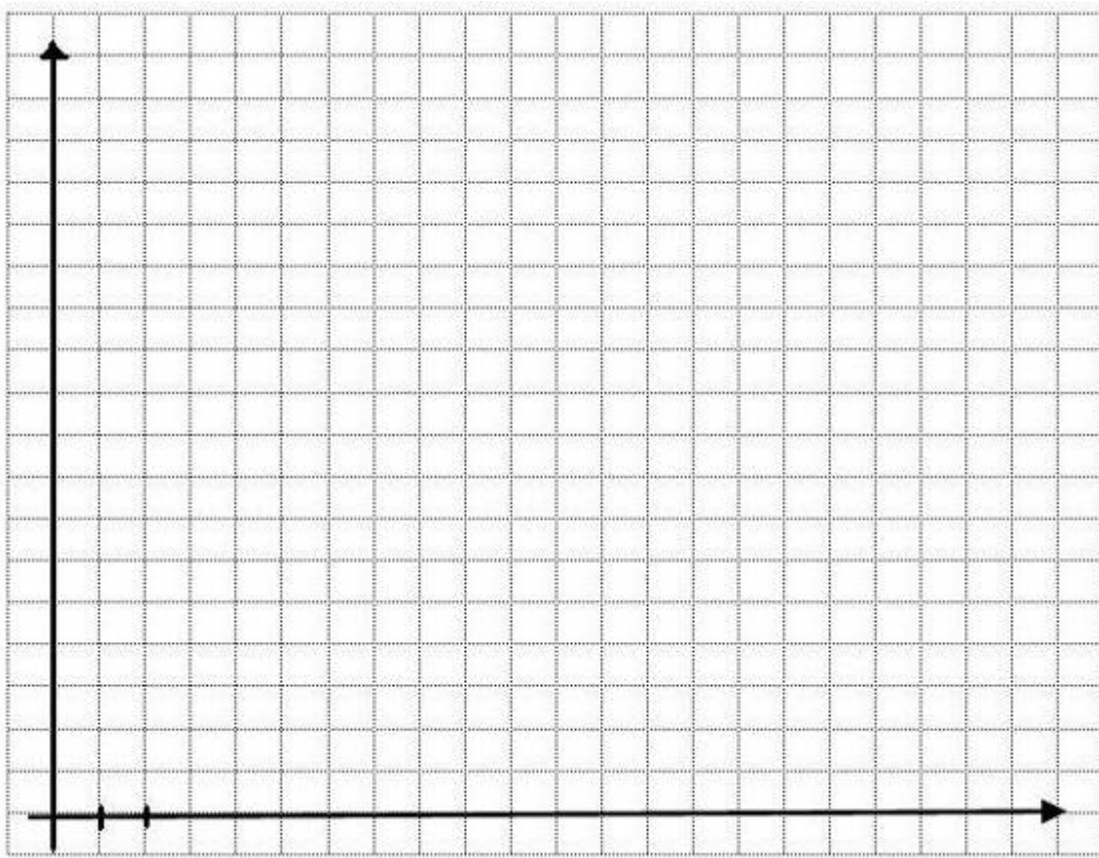
Anote todos sus descubrimientos.

5. Trace los valores de la tabla en el sistema de coordenadas.

Escriba los ejes:

Denomine el eje X como el tiempo.

Denomine el eje Y como la distancia.



6. Considere el gráfico.  
Describalo.

Describalo dependientemente de los valores de las cantidades.

7. Investigue el gráfico.

a) Nota. ¿Qué tiempo necesita el carro para 130 cm, 180 cm, 260 cm?

Rellene los valores de la tabla. Compare.


b) Marque en el gráfico el cambio desde 60 cm a 120 cm con una línea larga. Luego marque el cambio correspondiente al eje Y. Haga una gran línea.

c) Ahora tome otro color y marque el cambio de 30 cm a 90 cm y el cambio correspondiente al eje Y.

d) Compare los cambios en b) y en c). Describa la diferencia.

8. Ahora mire el gráfico de nuevo. ¿A que distancia iría el carro a los 6 s?

¿A que distancia iría a los 60 s (1 minute)?

¿A que distancia iría en 1 hora?

Compare: ¿Es más rápido que el peatón?

9. Documente claramente y en orden los resultados de esta estación en una cartelera.

## Hoja de trabajo

### Equipo

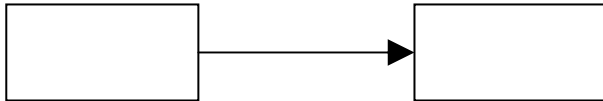
Sobre la mesa usted ve

### Funcionamiento

#### 1. Medida

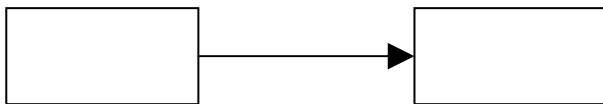
Y mida \_\_\_\_\_

Rellene:



#### 2. Mida más

Cuál le pertenece a él. Rellene:



#### 3. Ponga los valores correspondientes en la tabla.

Primero rellene en la primera columna las dimensiones dependientes (con unidades).


#### 4. Considere la tabla. ¿Existe alguna relación? ¿Cuál?

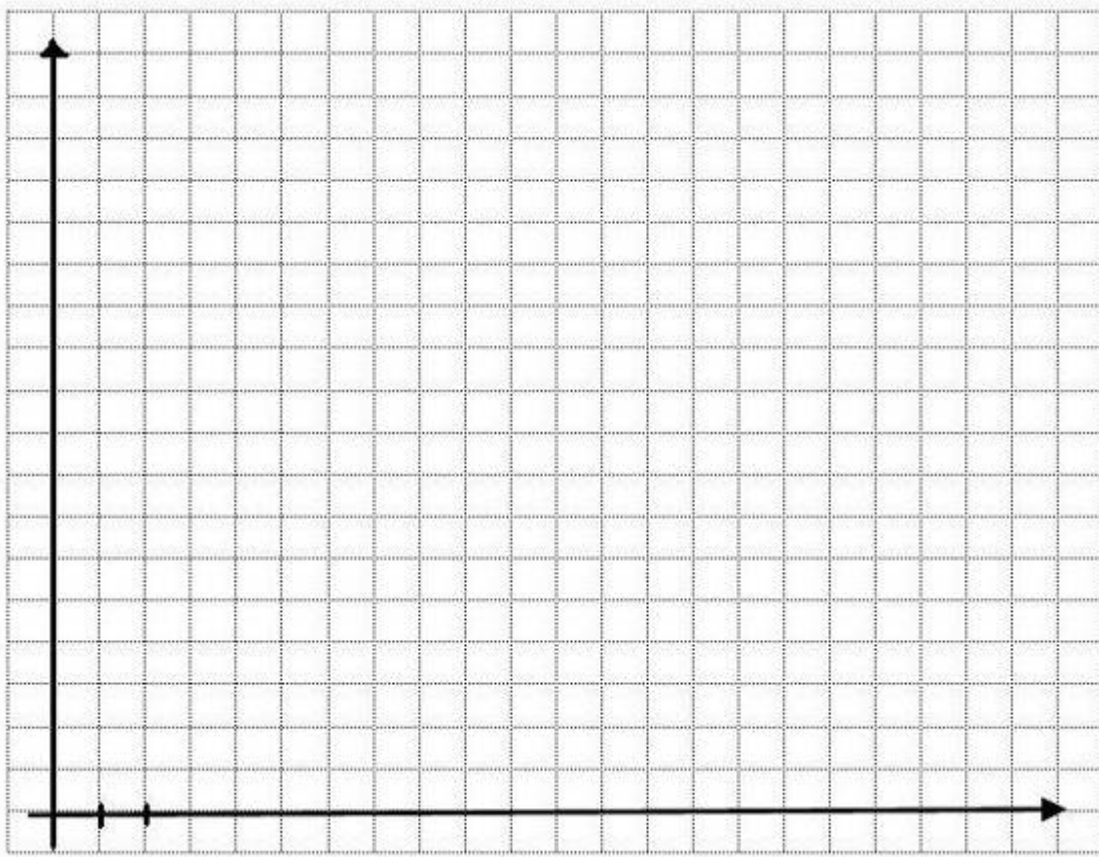
Anote todos sus descubrimientos.

5. Trace los valores de la tabla en el sistema de coordenadas.

Escriba los ejes:

Escriba el eje X como las cantidades que cambió.

Escriba el eje Y como a cantidad que cambió en la reacción.



6. Considere el gráfico.

Describalo.

Describalo dependientemente de los valores de las cantidades.

## 7. Investigue el gráfico.

a) Anote. ¿Qué valores del (eje X) corresponde a (eje Y) y al (eje Y)?

Rellene los valores en la tabla. Compare.


b) Marque en el gráfico el cambio del eje X, haga una gran línea. Luego marque el cambio correspondiente al eje Y. Haga una gran línea.

c) Ahora tome otro color y marque el cambio de a en el eje X y el cambio correspondiente en el eje Y.

d) Compare los cambios en b) y en c). Describa la diferencia.

## 8. Documente claramente y en orden los resultados de esta estación en una cartelera.