



## **Ders Materyali**

### **Ders önerisi**

Eğer cankurtaran problemi bilinmiyorsa (ScienceMaths aynı yazarın ,Phythagoras Fermatla karşılaşılıyor' ile karşılaştırınız) ya daha önce oluşturulmuş çalışma kağıdı 1 veya farklı bir şekilde (örneğin öğretmenin açıklaması) giriş yapılmalıdır. Şayet cankurtaran problemi biliniyorsa ,Fermatın prensibi' adlı çalışma kağıdı ile öğrenci gruplarında ders yapılır. Burada her öğrenci grubuna bir deney düzeneği verilmelidir.

Değişim olarak gruplara farklı sıvı maddeler (örneğin: ispirto) araştırmak için verilebilir ve bunların ışık hızları belirlenebilir.

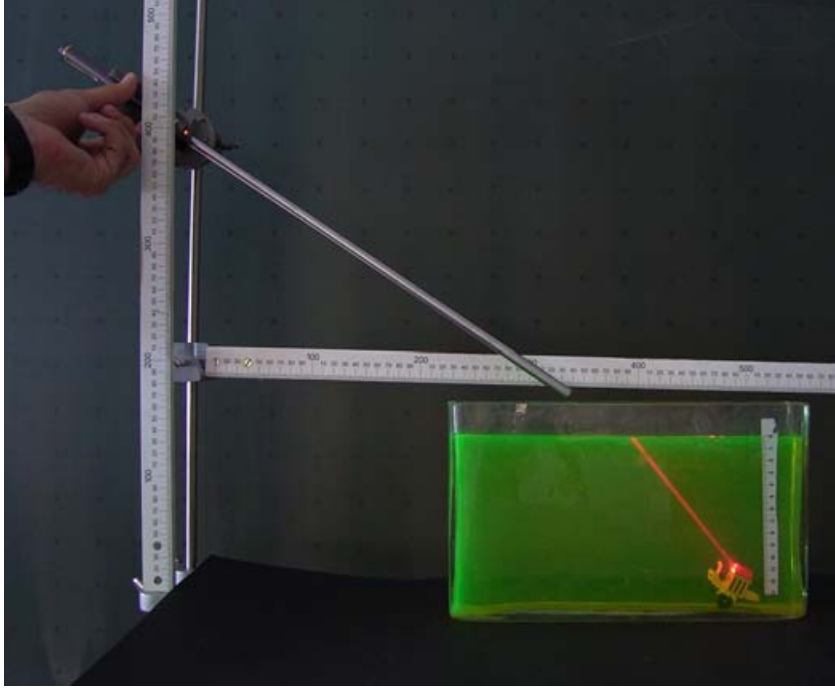
### **Gerekli donanım**

Deney her öğrenci grup için gereklidir (resim ile karşılaştır): cam fiç ( 40 cm uzunluğunda ve 30 cm yüksekliğinde), su veya farklı şeffaf bir sıvı, lazer gösterge, bir salyangoz veya benzeri, destek materyali, ölçü bandı.

### **Çalışma kağıdı**

## Fermatın prensibi

Işık her yerde aynı hızda değildir. Örneğin ışık hızı havada 300000 km/s dir. Buna karşıt camdaki ışık yaklaşık 200000 km/s hızındadır.Ayrıca ışık her zaman mükemmel bir cankurtarandır, bu demektir ki ışık her zaman A noktasından B noktasına en kısa sürede gider.Işığın bu hareketine ilk kez belirlediği için ,Fermat'ın prensibi' denir.



Resim 1 Su'daki salyangoz

### Alıştırmalar:

Küçük bir salyangoz evinde biraz ışık istiyor. Bunun için bir ışık göstergesi tam evin çatısına gelecek şekilde yöneltilir (Resim 1).

- Eğer resim 1 kayıp ise ve kartejik bir koordinat sistemine geçirilirse, lazer göstergesi  $L(0/y_L)$  noktasına, su yolu düzlük  $g$ 'ye  $y=b$  denklemi ile, aynı zamanda salyangoz çatısı  $S(x_S/y_S)$  noktasına gelir.Işık hızı lazer göstergesi su da  $Q(x_Q / b)$  noktasına vurur (Her bilgi santimetrede!).Eksik olan boyutları deney kılavuzundan alınız ve  $Q$ ,  $L$ ,  $g$  ve  $S$  ile bir koordinat sistemi çiziniz.
- Şimdi ışının su'daki ışık hızını belirleyiniz. Bunun için yukarıda belirttiğimiz hava'daki ışık hızını kullanınız.

### Örnek çözüm b.)

Örneğin  $a = 26$  (Lazer göstergesinin su çizgisinden yüksekliği) ,  $b = 11$  (Çatının su çizgisinden alçaklığı),  $x = x_Q = 41$  (Lazer göstergesinin su çizgisi boyundaki batırma noktası),

$$c - x = 50 - x_Q = 9$$

$$v_1 = 300.000 \text{ km/s} = 30.000.000.000 \text{ cm/s}$$

$$\text{Hava da geçerli olan: } t_1 = \sqrt{a^2 + x^2} / v_1$$

$$\text{Su da } t_2 = \sqrt{b^2 + (c-x)^2} / v_2$$

Toplam:

$$t(x) = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (c-x)^2}}{v_2} = \frac{1}{v_1} \cdot \sqrt{a^2 + x^2} + \frac{1}{v_2} \cdot \sqrt{b^2 + (c-x)^2}$$

Prensip olarak  $v_2$  haricinde hepsi tanıdık. Yinede ilk önce  $x$ 'in verilmemiş ve  $v_2$  tanıdık olduğu kabul edilir. Işının suya düşmesi gereken nokta hesaplanmak isteniyor. Bu fonksiyonda deneyin belirlediği sabitler ( $x$  harici hepsi)  $x$ ,  $t$ 'nin en az olacak şekilde seçilir (Fermat prensibi). Böylelikle  $t(x)$  zaman fonksiyonu derin noktası olan  $x$  aranır. Her durumda  $x$  değişim  $t'(x) = 0$  olacak şekilde seçilmelidir.

$$\begin{aligned} t'(x) &= \frac{1}{v_1} \cdot \frac{1}{2} (a^2 + x^2)^{-0,5} \cdot 2x + \frac{1}{v_2} \cdot \frac{1}{2} (b^2 + (c-x)^2)^{-0,5} \cdot (2c - 2x) \\ &= \frac{1}{v_1} \cdot x \cdot (a^2 + x^2)^{-0,5} + \frac{1}{v_2} \cdot (c-x) \cdot (b^2 + (c-x)^2)^{-0,5} \end{aligned}$$

Bu terime hemen 0 eklenmelidir.

$$0 = \frac{1}{v_1} \cdot x \cdot (a^2 + x^2)^{-0,5} + \frac{1}{v_2} \cdot (c-x) \cdot (b^2 + (c-x)^2)^{-0,5}$$

Şimdi durum değiştirilir:  $x$  tanıdık olduğundan hangi  $x$  için değişimin 0 değerini aldığı bilinir. Buna ait olan  $v_2$  ama bilinmezdir. Bu nedenle  $v_2$  çözülür ve diğer tüm değerler eklenir:

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{(c-x) \cdot (b^2 + (c-x)^2)^{-0,5}}{\frac{1}{v_1} \cdot x \cdot (a^2 + x^2)^{-0,5}} \\ &= \frac{9 \cdot (11^2 + 9^2)^{-0,5}}{\frac{1}{30.000.000.000} \cdot 41 \cdot (26^2 + 41^2)^{-0,5}} \\ &\approx 2,249 \cdot 10^{10} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2,25 \cdot 10^{10} \text{ cm/s} = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 225.000 \text{ km/s}$$