



## Tausta

Opetettaessa optiikkaa fysiikan alkeiden valoa käsitellään yleensä säteenä. Siksi valonsäteiden liikkuminen ymmärretään ja ja voidaan ennustaa jo tutun ilmiön, valon heijastumisen ja taittumisen, kautta. Koska käsite "tulokulma on yhtä suuri kuin heijastuskulma" on tuttu, valonsäteiden kulun ennustaminen heijastumisen yhteydessä ei tuota vaikeuksia opetettaessa. Sen sijaan valon taittuminen on vaikeampi opettaa. Jos ymmärtämisen lisäksi halutaan ennustaa valonsäteiden kulkua, tarvitaan tietoa trigonometrisista funktioista, kuten sinistä. Valon taittuminen voidaan ennustaa yhtälöllä, jossa taittumista kuvaavat indeksit  $n_1$  ja  $n_2$ .

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Kuitenkin tämänkin yhtälön esittäminen jättää asian vähän vajanaiseksi, sillä näin yhdestä ja samasta fysiikan periaatteesta, Fermat'n periaatteesta, on johdettu kaksi ilmiötä, joiden suhde toisiinsa on jäänyt opettamatta.

## Fermat'n periaatteen opettaminen

Alku kuulostaa yksinkertaiselta. Pisteestä toiseen kulkeva valonsäde kulkee aina nopeinta mahdollista reittiä (Vogel, s. 174). Periaate ei muutu, vaikka olosuhteet muuttuisivat ja valonsäde joutuisi taittumaan peilin kautta. "Heijastunut valonsäde kulkee nopeinta reittiä pisteestä A pisteeseen B peilin kautta." (ibid. s. 173).

Jos väliaine ja siten valon hajonnan nopeus muuttuvat matkalla pisteestä A pisteeseen B, kuten taitumisessa tapahtuu, nopein tie (ajallisesti) pisteiden A ja B välillä ei enää ole lyhin tie (etäisyyden suhteen). Nopeinta tietä laskettaessa kohdataan minimointiongelma, kun kohdefunktio koostuu kahden juurilausekkeen summasta.

Opetettaessa fysiikkaa 13 - 15-vuotiaille oppilaille ei voida olettaa heillä olevan matemaattisia keinoja tällaisen minimiongelman analyttiseen tarkasteluun. Laskun ratkaisu epäonnistuu viimeistään heidän muodostettuaan tilannetta kuvaavan funktion, ellei jo aiemmin. Siksi vaihtoehtona differentiaalilaskennalle funktion minimin hakemisessa on ratkaistava käyttämällä funktion kuvaajaa apuna. Ettei ratkaisu jäisi toisaalta oppilaiden piirtämistaitojen eikä toisaalta rajallisen opetusajan varaan (koska kohdefunktio on laskettava tarkasti), tässä kannattaa käyttää graafista funktiolaskinta. Näin oppilaat löytävät ratkaisut myös sellaisten funktioiden kohdalla, joita eivät vielä tunne.

Onko oppilaiden edes järkevää tutkia tietokonealgebran ja graafisen laskimen avulla funktioita, joita he eivät voisi tutkia ilman niitä?

Tähän kysymykseen vastattaessa on muistettava, että funktioita voidaan kuvata lausekkeiden lisäksi myös tilanteina, taulukkoina, kuvaajina jne. (katso Beckmann, Leuders & Prediger et al.). Jopa kaavio on kuvallinen esitys funktiosta. Oppilaat eivät tietenkään voi tarkastella funktiota sen lausekkeen perusteella. He kuitenkin voivat muuttaa lausekkeen kaavioksi (arvotaulukon avulla), kuten tietokone tekee

automaattisesti. Kuvaajana esitettyä funktiota voidaan sitten tarkastella sen minimipisteen kohdalta. Tietty mittausepä-tarkkuus pitäisi tietysti hyväksyä, toisin kuin tietokonetta käytettäessä (lukuun ottamatta hyvin vähäistä epätarkkuutta minimikohdan likiarvossa). Näin oppilaat voisivat todella tutkia funktiota itse. Tietokone auttaisi vain minimoimalla virhelähteet. On päinvastoin hyvin järkevää esittää oppilaille tilanteita, joita he eivät voisi arvioida matemaattisesti ilman tietokoneen apua. Rheinland-Pfalzin pedagoginen keskus (Pädagogisches Zentrum Rheinland-Pfalz) selvitti, että oppilaiden taidot funktioiden suhteen ovat melko yksipuolisia. Yksipuolisuuden katsotaan olevan peräisin funktioiden esittämisestä pääasiassa algebrallisina lausekkeina. Tästä vallitsevasta suuntauksesta johtuva funktioiden käyttämisen jyrkkä rajoittaminen on nähtävissä esimerkiksi siinä, miten yläluokilla funktioina käytetään lähes koko ajan (lineaarisia ja toisen asteen funktioita).

Toisaalta syynä pidetään matematiikan sisäisen, staattisen ja muodollisen abstraktin lähestymistavan liiallista painottamista (katso PZ 1990, s.9). Yksipuolisuuden ehkäisemiseksi funktionaalissa ajattelussa voi olla ajoittain järkevää valita edellä mainittu menetelmä ennen pikaiseen tekniseen apuun turvautumista.