# Taustaa

Taustaideana on poikkitieteellinen lähestymistapa tieteeseen, erityisesti fysiikkaan. Opiskelijat kokevat matematiikan järkevänä, merkittävänä ja kiinnostavana ulko-matemaattisten viittausten kautta; kontekstioppiminen johtaa intuitiiviseen matemaattiseen ymmärtämiseen.
Tieteellisten asiayhteyksien ja – tapojen avulla usein nähty aukko muodollisen matematiikan ja aidon kokemuksen välillä sulkeutuu, ja toisaalta päästään kokemaan matemaattisten termien tai kaavojen moninaisuus.

Tieteelliset sisällöt avaavat mahdollisuuden realistiselle opetukselle. Konkreettiset fyysiset tai biologiset ilmiöt voivat stimuloida mallinnusprosesseja, ja johtaa autenttisiin kokemuksiin.
Matemaattiset aiheet ja metodit opitaan tarkoituksenmukaisissa asiayhteyksissä; todellisuutta voidaan laajentaa lisäämällä siihen matemaattinen näkökulma. Todelliset kontekstit johtavat eri mallien muodostumiseen, ja ne voivat osoittaa useita eri merkityksiä eri konsepteille ja malleille. Tieteellisten ilmiöiden moninaisuus mahdollistaa avoimien tehtävien käytön ja matematiikkaa voidaan lähestyä käytännöllisellä tavalla. Matemaattiset käsitteet, kuten muuttujakäsite, voidaan kokea mallinnuksen välineenä. Useissa autenttisissa konteksteissa voidaan tutkia moniselitteisiä merkityksiä.

## Matematiikan didaktista taustaa

Malle (1986) erottelee kolme muuttujakäsitteen aspektia. Muuttuja objektina on tuntematon asia tai esine. Muuttujat, jotka viittaavat paikkamerkki - aspektiin *(placeholder)* pidetään pitämässä paikkaa, jonka voit korvata jollakin numerolla. Muuttujat, jotka edustavat merkityksetöntä symbolia, ja joita voit soveltaa tiettyihin sääntöihin, kuuluvat laskennalliseen aspektiin *(calculative).* Hän erottelee edelleen staattiset ja dynaamiset komponentit. Wiegand ja Jordan (2005) liittävät jokaisen aspektin eri tapoihin tehdä töitä. Laskennallinen aspekti viittaa teknisiin tehtäviin, kuten sääntöjen noudattamiseen. Paikkamerkki - aspekti viittaa aritmeettisiin tehtäviin ja muuttuja objektina konseptualistisiin tehtäviin. Tehtävät, jotka viittaavat laskennalliseen aspektiin, tuottavat vähiten kognitiivista haastetta kun taas tehtävät, jotka viittaavat muuttujaan objektina tuottavat eniten kognitiivista haastetta. Malle vaatii ottamaan huomioon kaikki muuttujakäsitteiden aspektit, mutta eniten huomiota pitää kiinnittää muuttujaan objektina, erityisesti alussa.

Trigueros ym. (1996) suunnittelivat 3x3 matriisin, joka sisältää erilaisia muuttujakäsitteen tulkintoja. Ne erottelevat yleistetyn numeron, joka ilmaisee numeron jatkumattomana numerosarjana ja tiettynä pysyvänä, ilmaisten pysyvää numeroarvoa, joka saattaa muuttua eri tilanteissa tai asiayhteyksissä. Tiettyä vakiota voidaan pitää myös diskreettien numeroiden edustajana. Lisäksi ne sisältävät muuttujien toimimattomia suhteita. Kaikki tulkinnat voidaan nähdä eri tasoilla: käsitteellistäminen ja symbolointi, tulkinta ja manipulaatio.

# MUUTTUJAKÄSITTEEN MERKITYKSET

| | Käsitteenä ja symbolina | Tulkinta | Manipulaatiot |
|---|---|---|---|
| Yleistetty numero | Yleisen objektin käsitteellistäminen silloin, kun esitetään yleisiä menetelmiä tai sääntöjä, jotka on johdettu numeerisista ja/tai geometrisista malleista ja vastaavan tyyppisistä tehtävistä; ja sen esittäminen symbolimuodossa | Symbolin tulkinta yleisenä objektina algebrallisessa lausekkeessa tai yleisissä menetelmissä | Tekijöihin jakaminen, sieventäminen, laventaminen, uudelleen järjestäminen |
| Tietty tuntematon | Tuntemattoman suureen käsitteellistäminen tietyssä tilanteessa ja/tai yhtälössä ja sen esittäminen symbolimuodossa | Symbolin tulkinta tiettynä tuntemattomana yhtälöissä, joissa se esiintyy useammin kuin yhden kerran | Tekijöihin jakaminen, sieventäminen, laventaminen, transponointi, yhtälön tasapainottaminen |
| Muuttuja funktionaalisessa suhteessa | Funktionaalisen suhteen esittäminen symbolimuodossa alkaen taulukosta, graafista tai luonnollisella kielellä esitetystä ongelmasta | Vastaavuuden tulkinta ja yhteisvaihtelu analyyttisissä lausekkeissa, taulukoissa tai graafeissa | Tekijöihin jakaminen, sieventäminen, laventaminen, uudelleen järjestäminen uusien arvojen sijoittaminen vaihteluvälien määrittämiseksi, maksimi- ja minimiarvot, ja suhteen yleinen käyttäytyminen |

*Taulukko 1. Muuttujakäsitteen erittely Trigueroksen mukaan  (1996)*

## Opetuksen toteutus

Tekemällä fysikaalisia kokeita opiskelijat työskentelevät konkreettisten määreiden kanssa. Nämä määreet tunnistetaan muuttujien avulla. Näin ollen muuttujat saavat merkityksen. Opiskelijoille on helpompaa saada selkoa abstraktista muuttujasta. Tämä mukailee Mallen ajatuksia, joka halusi, että muuttujakäsite esitellään käyttämällä muuttujia objekteina. Kokeita tehdessään opiskelijat kokevat, että muuttujat eivät edusta tiettyä lukuarvoa, vaan ne edustavat kokonaista joukkoa eri lukuarvoja. Sen lisäksi he löytävät funktionaalisen suhteen kahden mitattavan suureen välillä autenttisessa asiayhteydessä. Funktionaalinen suhde sekä staattiset että dynaamiset aspektit tulevat myös käsitellyksi. Erityisesti käsitellään muuttujien yhteismuuttuja-aspektia, eli muutokset yhdessä muuttujassa saavat aikaan muutoksen myös toisessa muuttujassa. Opiskelijat löytävät muuttujan eri tulkinnat epäsuorasti ennen niiden esittelyä teoreettisesti luokassa. Näin ollen heillä on jo mielikuva tästä abstraktista käsitteestä.

Pääpaino tässä opetusjaksossa on muuttujakäsitteellä, mutta samalla kun jakso edistyy, kaikki mallinnuksen vaiheet käydään läpi. Tieteellisiä ongelmia tutkitaan ja kuvaillaan matemaattisin termein ja reflektoidaan. Tehtäväpaperi alkaa ongelmalla jokapäiväisestä elämästä, mikä linkittyy opiskelijoiden kokemuksiin. Arvojen mittaamisen jälkeen he löytävät suhteen kahden mitattavan suureen (paine ja positio) välillä. Kun he löytävät kaavan, he löytävät eri näkökulmia muuttujakäsitteelle.

Hanke on rahoitettu Euroopan komission tuella. Tästä julkaisusta (tiedotteesta) vastaa ainoastaan sen laatija, eikä komissio ole vastuussa siihen sisältyvien tietojen mahdollisesta käytöstä.