



Hintergrund

Allgemeiner didaktischer Hintergrund

Ausgangspunkt ist ein fächerübergreifender Ansatz mit den Naturwissenschaften, insbesondere mit der Physik. Durch außermathematische Bezüge sollen die Schülerinnen und Schüler Mathematik angemessen, bedeutungsvoll und interessant erfahren; das Lernen in Zusammenhängen soll zu einem anschaulichen mathematischen Verstehen beitragen. Mit Hilfe naturwissenschaftlicher Kontexte und Methoden soll einerseits die oft beobachtete Kluft zwischen formaler Mathematik und authentischer Erfahrung geschlossen werden, andererseits die Vielseitigkeit mathematischer Begriffe erfahren werden.

Naturwissenschaftliche Inhalte bieten die Chance für einen wirklichkeitsnahen Unterricht. Konkrete physikalische oder biologische Zusammenhänge können mathematische Modellierungsaktivitäten anregen und zu authentischen Erfahrungen führen. Mathematische Inhalte und Methoden werden in sinnvollen Zusammenhängen gelernt; die Realität der Schülerinnen und Schüler kann mit mathematischer Einsicht erweitert werden. Unterschiedliche Realitätsbezüge führen auf unterschiedliche Modelle und können somit auch zur Kontrastierung von begrifflichen Eigenschaften und von verschiedenen Modellen beitragen. Die Vielfalt naturwissenschaftlicher Phänomene gestattet offene Aufgabenstellungen und damit ein selbstständiges Erarbeiten der Mathematik. Mathematische Begriffe, wie zum Beispiel der Variablenbegriff, können als Modellierungswerkzeuge erfahren werden. In unterschiedlichen Realitätsbezügen können ihre vielseitigen Bedeutungszusammenhänge und ihre unterschiedlichen Eigenschaften erfasst werden.

Mathematikdidaktischer Hintergrund

Malle (1986) unterscheidet drei Aspekte des Variablenbegriffs. Unter dem *Gegenstandsaspekt* versteht er eine Variable als unbekanntem oder nicht näher bekannten Gegenstand. Unter dem *Einsetzaspekt* versteht er eine Variable als Leerstelle, in die man Zahlenwerte einsetzen darf. Der dritte Aspekt ist der *Kalkülaspekt*. Die Variable stellt hier ein bedeutungsloses Zeichen dar, mit dem nach bestimmten Regeln operiert werden darf. Er unterteilt diese Aspekte zusätzlich in eine statische und dynamische Komponente. Wiegand und Jordan (2005) ordnen den genannten Aspekten verschiedene Arbeitsweisen zu. Der Kalkülaspekt ist eher technischer, der Einsetzaspekt eher rechnerischer und der Gegenstandsaspekt eher begrifflicher Natur. Die kognitive Komplexität ist beim Kalkülaspekt am niedrigsten und beim Gegenstandsaspekt am höchsten. Nach der Forderung von Malle sind alle Aspekte des Variablenbegriffs zu beachten, wobei jedoch am Anfang der Gegenstandsaspekt zu betonen sei.

Trigueros et al. haben die unterschiedlichen Betrachtungs- und Arbeitsweisen von Variablen in einem 3x3-Schema zusammengefasst (Abbildung 1). Sie unterscheiden zum einen Variablen als verallgemeinerte Zahl, die eine Zahl aus einem Wertebereich repräsentiert und zum anderen als situations-spezifische Konstante, also eine Variable, die in derselben Situation bzw. Umgebung konstant ist, deren Wert sich in einer anderen Situation ändern kann. Man kann situationsspezifische Konstanten auch als Repräsentanten einer diskreten

Wertemenge sehen. Die dritte Betrachtungsweise sind Variablen im funktionalen Zusammenhang. Diese

Betrachtungsweisen kann man auf drei Ebenen sehen: auf konzeptioneller, interpretativer und manipulativer Ebene.

Aspekte des Variablenbegriffs

	Konzeptionierung und Symbolisierung	Interpretation	Manipulation
verallgemeinerte Zahl	Konzeptionierung eines allgemeinen Objekts, das in allgemeinen Methoden oder Regeln vorkommt und aus numerischen oder/und geometrischen Mustern abgeleitet wird; und seine Symbolisierung	Interpretation eines Symbols als allgemeines Objekt in algebraischen Ausdrücken oder allgemeinen Methoden	Termumformungen anwenden, um algebraische Ausdrücke umzuformen.
situationspezifische Konstante	Konzeptionierung einer Unbekannten in einer bestimmten Situation und/oder in einer Gleichung und ihrer Symbolisierung	Interpretation eines Symbols als feste Zahl in Gleichungen, die dort ein oder mehrere Male vorkommen kann und deren Wert sich in einer anderen Situation ändern kann	Eine Gleichung so umzuformen, damit die Variable Gegenstand der Gleichung wird.
Variable im funktionalen Zusammenhang	Konzeptionierung und Symbolisierung von funktionalen Zusammenhängen, die aus einer Tabelle oder eines Graphen oder eines Textes entspringen können	Interpretation der Analogien und Gemeinsamkeiten in analytischen Ausdrücken, Tabellen und Graphen	Umformung algebraischer Ausdrücke und Anwenden der Substitution, um den Definitionsbereich und Wertebereich, maximale und minimale Werte und das globale Verhalten der funktionalen Beziehung zu bestimmen.

Abbildung 1: (nach Trigueros et al. (1996) ins Deutsche übersetzt SZ)

Unterrichtsidee

Durch den Einsatz physikalischer Experimente arbeiten die Schüler mit konkreten physikalischen Messgrößen. Diese Messgrößen sollen sie durch Variablen beschreiben. Der Variablenbegriff wird also mit einer anschaulichen Größe verknüpft. Dies entspricht der Forderung Malles, bei der Einführung des Variablenbegriffs den Gegenstandsaspekt zu betonen. Die Variablen bekommen durch die Anwendung eine Bedeutung. Der Schüler kann sich somit leichter eine abstrakte Variable vorstellen.

Durch das Experimentieren erfahren die Schüler zum einen, dass eine Variable nicht nur einen festen Wert haben kann, sondern Repräsentanten eines Zahlenbereichs sein können. Zum anderen erfahren sie den funktionalen Zusammenhang zweier Variablen in authentischer Umgebung; die Änderung der einen Messgröße bewirkt immer auch eine Änderung der anderen Messgröße.

Die Schüler erfahren vor Einführung des Begriffs „Variable“ implizit dessen Eigenschaften und haben somit schon eine Grundvorstellung von dieser abstrakten Größe.

The **ScienceMath** Project: **Boyle-Mariotte Gesetz zum Variablenbegriff**

Idee: Simon Zell und Astrid Beckmann,
Pädagogische Hochschule Schwäbisch Gmünd, Deutschland

Auch wenn die Betonung auf den Eigenschaften des Variablenbegriffs liegt, entspricht die Vorgehensweise auf dem Arbeitsblatt dem mathematischen Modellierungsprozess. Ein konkretes Problem wird durch eine Formel, die die wichtigsten Eigenschaften des Problems enthält.

Durch einen Alltagsimpuls sollen die Schüler an ihre eigenen Erfahrungen anknüpfen und eine Hypothese aufstellen. Mit Hilfe der gemessenen Größen sollen sie selbst einen Zusammenhang zwischen den zwei Messgrößen Druck und Position herausfinden. Sobald eine Formel gefunden wurde, untersuchen sie die Eigenschaften der Variablen des Versuches.

Im anschließenden Klassengespräche können die Formeln der einzelnen Gruppen verglichen werden. Die Schüler haben somit die Möglichkeit zu erkennen, dass gleiche Größen durch unterschiedliche Variablen darstellbar sind, alle aber dieselbe Situation repräsentieren.

Ferner kann in der Diskussion auch das Prinzip der Äquivalenz angesprochen werden und zur Einführung von Äquivalenzumformungen genutzt werden.

Falls die Materialien für eine ganze Klasse nicht vorhanden sind, kann der Auftriebsversuch mit den Versuchen Thermische Ausdehnung und Auftrieb zum Variablenbegriff kombiniert werden.